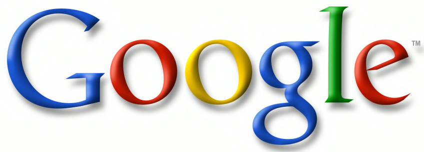


Aritmética Elemental

PARA LA ENSEÑANZA EN LAS

ESCUELAS Y COLEGIOS DE CENTRO-AMÉRICA

POR EL
DOCTOR DARÍO GONZALEZ

CUARTA EDICION

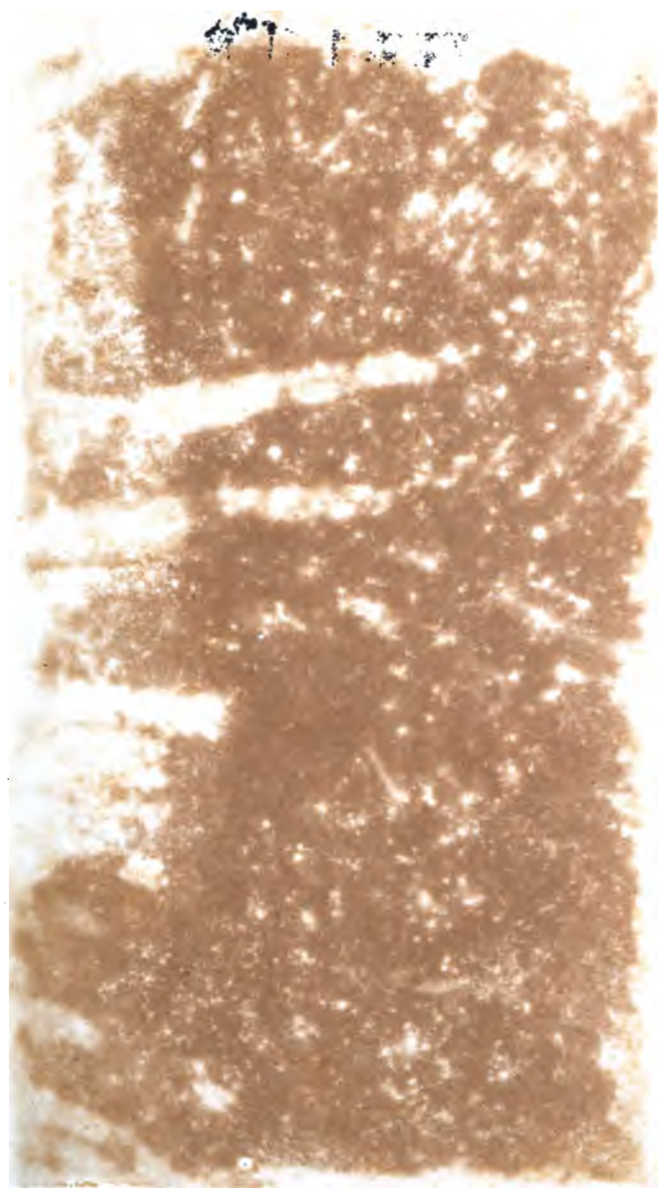
CORREGIDA Y NOTABLEMENTE AUMENTADA

NUEVA YORK
D. APPLETON Y CÍA., LIBREROS-EDITORES

GUATEMALA
LIBRERÍA Y PAPELERÍA DE EMILIO GOUBAUD
1881


Quetzal







ARITMÉTICA ELEMENTAL

PARA LA ENSEÑANZA EN LAS

ESCUELAS Y COLEGIOS

DE

CENTRO-AMÉRICA

POR EL

DOCTOR DARÍO GONZALEZ

CUARTA EDICION
CORREGIDA Y NOTABLEMENTE AUMENTADA

NUEVA YORK
D. APPLETON Y CÍA., LIBREROS-EDITORES

GUATEMALA
LIBRERÍA Y PAPELERÍA DE EMILIO GOUBAUD
1881

AL

SEÑOR PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA

General D. J. Rufino Barrios

PROTECTOR DE LA INSTRUCCION POPULAR EN GUATEMALA

DÉBIL MUESTRA DE SIMPATÍA Y RESPETUOSA AMISTAD

EL AUTOR

ADVERTENCIA DE LA TERCERA EDICION.

La favorable acogida que los Directores de Establecimientos de enseñanza han dispensado á nuestra Aritmética Elemental, *nos anima hoy á hacer una tercera edicion de este tratado, mejorándolo en un todo. Entre las adiciones que se le han hecho, debemos señalar las relativas al cálculo de los intereses por el nuevo sistema de Graillat, tan útil y expedito para los comerciantes; y un apéndice sobre tonelaje, medicion de superficies y volúmenes. Esta parte de la obra es de mucho interes, especialmente para los artesanos, quienes necesitan de reglas prácticas y sencillas para resolver los varios problemas de esta clase, que á cada paso se les presentan en el ejercicio de sus profesiones ú oficios.*

Además, hemos tenido cuidado de indicar con un asterisco y en tipo menor, lo que no corresponde á las escuelas elementales, pero que sí deben estudiar los alumnos de las complementarias y Colegios.

Deseamos que estas lecciones sean provechosas á la juventud centro-americana.

EL AUTOR.

GUATEMALA, *Junio de* 1879.

ARITMÉTICA ELEMENTAL.

LECCION I.

Definiciones.

1. CANTIDAD ó MAGNITUD es todo lo susceptible de aumento ó disminucion. El conjunto de árboles de una alameda, el espacio, el peso, el movimiento de los cuerpos, etc., son cantidades.

2. La cantidad puede ser discreta, continua é intensiva.

Cantidad discreta es aquella cuyas partes están separadas unas de otras, como : un puñado de monedas.

Cantidad continua es aquella cuyas partes están íntimamente unidas entre sí, de modo que no pueden separarse sino por una operacion mecánica ó intelectual, como : la extension de un campo.

Cantidad intensiva es toda fuerza ó causa de movimiento, como : la fuerza del vapor.

3. MATEMÁTICAS son las ciencias que tratan de la cantidad.

Las Matemáticas se dividen en puras y mixtas. Las *puras* tratan de la cantidad en abstracto y sus principales ramos son : la Aritmética, el Álgebra y la Geometría. Las *mixtas* tratan de la cantidad en concreto ó aplicada á los

LECCION I.—*Cuestiones.*—¿ Qué es cantidad ó magnitud ?—¿ De cuántos modos puede ser la cantidad ?—¿ Qué es cantidad discreta ?—¿ Qué es cantidad continua ?—¿ Qué es cantidad intensiva ?—¿ Qué son Matemáticas ?—¿ En qué se dividen las Matemáticas ?—¿ Qué son Matemáticas puras ?—¿ Qué son Matemáticas mixtas ?

objetos, como: la Astronomía, la Óptica y otras ciencias físico-matemáticas.

El objeto de la *Aritmética* es la cantidad discreta; el de la *Geometría* es la cantidad continua; y el de la *Mecánica* es la cantidad intensiva.

El *Álgebra* trata de la cantidad en general.

La *Trigonometría* se considera como la aplicacion más importante de la Geometría.

La *Geometría analítica* y los *Cálculos* se consideran como las principales aplicaciones del Álgebra.

4. UNIDAD es una cantidad tomada arbitrariamente ó de la naturaleza, para que sirva de término de comparacion respecto de otras cantidades de la misma especie, cuyo valor se trata de determinar.—Así: cuando decimos, que la distancia de la Tierra al Sol es de treinta y cuatro millones de leguas; que en una alameda hay cien árboles; que una pieza de tela tiene veinte metros de largo, tomamos respectivamente por unidad, la legua, el árbol y el metro.

5. NÚMERO es el resultado de la comparacion de una cantidad con su unidad; por esto se define tambien diciendo, que es una cantidad averiguada y determinada.

El número se divide en abstracto y concreto.

Número abstracto es el que no determina la especie de unidades de que se compone, como: dos, cuatro, sin decir qué cosa.

Número concreto es el que determina la especie de unidades de que se compone, como: dos hombres, cuatro libros.

El número puede ser tambien entero, par, impar, dígito y compuesto.

¿Cuál es el objeto de la Aritmética?—¿Cuál el de la Geometría?—¿Cuál el de la Mecánica?—¿De qué trata el Álgebra?—¿Cómo se considera la Trigonometría?—¿Cómo se consideran la Geometría analítica y los Cálculos?—¿Qué es unidad?—¿Qué es número?—¿En qué se divide el número?—¿Qué es número abstracto?—¿Qué es número concreto?—¿Qué otra division hay del número?

Número entero es el que consta de una ó varias unidades exactas, como : un peso, diez y seis metros.

Número par es el que se puede dividir en dos partes iguales enteras, por ejemplo : ocho, que se divide en cuatro y cuatro.

Número impar es el que no se puede dividir en dos partes iguales enteras, por ejemplo : siete.

Número dígito es todo número entero menor que diez, como tres, siete.

Número compuesto es todo número entero mayor que nueve, como : doce, veinte.

Los números concretos se dividen en homogéneos y heterogéneos. *Homogéneos* son los que constan de unidades de una misma especie, como : cuatro hombres y diez hombres. *Heterogéneos* son los que constan de unidades de diferentes especies, como : seis árboles y cinco libros.

6. Las Matemáticas sólo pueden hacer tres cosas con las cantidades, á saber : expresarlas, calcularlas y analizarlas.

Expresar las cantidades es darlas á conocer por medio de palabras ó de signos convencionales. La expresion de los números comprende la numeracion.

Calcular las cantidades es componerlas, descomponerlas ó determinar sus propiedades. El cálculo de los números comprende, además del estudio de sus propiedades, la adicion, multiplicacion y elevacion á potencias, como operaciones de composicion ó aumento ; y la sustraccion, division y extraccion de raíces, como operaciones de descomposicion ó disminucion.

¿ Qué es número entero ?—¿ Qué es número par ?—¿ Qué es número impar ?—Qué es número dígito ?—¿ Qué es número compuesto ?—¿ En qué se dividen los números concretos ?—¿ Qué son números homogéneos ?—¿ Qué son números heterogéneos ?—¿ Cuántas cosas pueden hacer las Matemáticas con las cantidades ?—¿ Qué es expresar las cantidades, y qué comprende la expresion de los números ?—¿ Qué es calcular las cantidades, y qué comprende el cálculo de los números ?

Analizar las cantidades es determinar las relaciones que tienen entre sí. El análisis de los números comprende las razones y proporciones.

7. ARITMÉTICA es una parte de las Matemáticas que trata de la expresion, cálculo y análisis de los números ; ó simplemente : la ciencia de los números.

¿ Qué es analizar las cantidades, y qué comprende el análisis de los números ?—¿ Qué es Aritmética ?

PARTE PRIMERA.

EXPRESION DE LOS NÚMEROS.

LECCION II.

Sistema de numeracion.

8. EL SISTEMA DE NUMERACION es un método fácil y sencillo por cuyo medio se pueden expresar con palabras ó por escrito todos los números imaginables.

Los pueblos bárbaros ó poco civilizados no tienen un verdadero sistema de numeracion, porque no puede llevar este nombre el modo de contar con los dedos, con piedrecitas, granos de maiz ó rayas hechas sobre los árboles y las paredes. Seria imposible verificar un cálculo, siquiera mediano, por estos procedimientos.

Los sistemas de numeracion ahora en uso en todos los pueblos cultos son el arábigo y el romano.

Numeracion arábiga.

El sistema de numeracion arábigo fué introducido en Europa por los Árabes hace ocho ó nueve siglos. La numeracion puede ser verbal ó escrita, segun que los números se expresan con palabras ó por escrito.

LECCION II.—*Cuestiones.*—¿ Qué es sistema de numeracion ?—¿ Cómo cuentan los pueblos bárbaros ó poco civilizados ?—¿ Cuáles son los sistemas de numeracion ahora en uso en los pueblos cultos ?—¿ Quiénes introdujeron en Europa el sistema de numeracion arábigo y en qué época ?

9. *Numeracion verbal.*—Los primeros conjuntos de unidades se designan por las palabras *dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve.* El conjunto de nueve unidades más una, se llama *diez* ó una *decena ;* y se cuentan las decenas lo mismo que las unidades, así : una decena, dos decenas, tres decenas . . . . nueve decenas ; ó bien diez, veinte, treinta . . . . noventa. El conjunto de nueve decenas más una, se llama *ciento* ó una *centena ;* y se cuentan las centenas como las unidades y decenas, así : una centena, dos centenas, tres centenas . . . . nueve centenas ; ó ciento, doscientos, trescientos . . . . novecientos. El conjunto de nueve centenas más una, se llama *mil* ó un *millar ;* y los millares se cuentan por unidades, decenas y centenas de millar hasta nueve centenas de millar ó novecientos millares. El conjunto de nueve centenas de millar más una, se llama *millon ;* y los millones se cuentan por unidades, decenas, centenas de millon, hasta nueve centenas de millon ó novecientos millones. Finalmente : síguense en el mismo órden las unidades, decenas y centenas de *billon, trillon, etc.*

El uso ha establecido que en lugar de decir : diez y uno, diez y dos, diez y tres, diez y cuatro, diez y cinco, se diga : *once, doce, trece, catorce, quince.*

De lo dicho se infiere este principio : *que de diez unidades de órden inferior, se forma una de órden inmediato superior.*

10. *Numeracion escrita.*—Para escribir los números de un modo abreviado, se representan los primeros conjuntos de unidades por ciertas figuras ó caractéres que forman el *alfabeto de la numeracion arábiga.* Estas figuras se llaman *guarismos ó cifras significativas,* y son :

1	2	3	4	5	6	7	8	9
uno,	*dos,*	*tres,*	*cuatro,*	*cinco,*	*seis,*	*siete,*	*ocho,*	*nueve.*

Con estas pocas cifras se pueden escribir todos los números imaginables, siguiendo este convenio : en una serie

¿ Qué es numeracion verbal ?—¿ Qué es numeracion escrita ?

de cifras escritas unas al lado de otras, la primera hácia la mano derecha representa las unidades simples; la segunda, hácia la izquierda, las decenas; la tercera las centenas; la cuarta las unidades de millar, y así sucesivamante. Por ejemplo: en vez de escribir con todas sus letras el número dos mil novecientos diez y ocho, se escribe así: 2918. El lugar que cada cifra ocupa en este número, indica á qué especie de unidad pertenece, esto es: 8 unidades, una decena, 9 centenas y 2 unidades de millar.

Frecuentemente sucede, que enunciado un número, no contiene todos los órdenes de unidades, y en este caso se llena el vacío ó vacíos por un signo ó figura particular que se llama *cero* (0), cuyo objeto principal es dar á las otras cifras su verdadero lugar ó valor en la escritura. Si, por ejemplo, se enuncia el número doscientos nueve, para que el 9 represente unidades simples y el 2 centenas, se pondrá el cero en el segundo lugar, en esta forma: 209.

De lo que precede se infiere este principio: *que una cifra puesta inmediatamente á la izquierda de otra, es diez veces mayor que lo que representa.* Se vé por esto, que las cifras tienen dos valores: uno *absoluto*, que es el valor propio de cada una; y otro *relativo*, que depende del lugar que ocupan.

El sistema de numeracion arábigo ó nuestro sistema, se llama *sistema decimal*, tanto porque son diez las figuras empleadas, como porque de diez unidades de un órden inferior se forma una de órden inmediato superior. Aunque el sistema duodecimal es más ventajoso que el decimal, seria casi imposible hacer ahora una sustitucion.

Explicad la numeracion verbal.—¿Cuál es el principio fundamental de la numeracion verbal?—¿Cómo se escriben los números de un modo abreviado?—¿Cómo se llaman las figuras que forman el alfabeto de la numeracion arábiga y cuáles son?—¿Qué convenio se ha seguido para escribir con estas cifras todas las cantidades imaginables?—¿Qué es el cero y qué usos tiene?—¿Cuál es el principio fundamental de la numeracion escrita?—¿Porqué se llama decimal nuestro sistema de numeracion?

LECCION III.

Lectura de los números.

11. Regla.—*Para leer un número de varias cifras se dividirá en períodos de seis en seis cifras, empezando por las unidades simples, poniendo un 1 al fin del primer período que se leerá millon, un 2 en el segundo que se leerá billon, y así sucesivamente. Despues se subdividirá cada período en porciones de tres en tres cifras, comenzando por la derecha, por medio de un punto ó una coma que se leerá mil; y luégo se comenzará á leer el número por la izquierda, dando á cada cifra su denominacion correspondiente. Si al leer un número se encontraren ceros, se pasarán en silencio.*

Ejemplo.—El número 1.493,687.583,242 se leerá:
2 1

un billon, cuatrocientos noventa y tres mil, seiscientos ochenta y siete millones, quinientos ochenta y tres mil, doscientos cuarenta y dos. Generalmente se omiten los puntos ó comas y números de los períodos y la division se hace mentalmente.

Escritura de los números.

12. Regla.—*La mejor regla para escribir un número es la práctica; pero puede decirse en general, que se atienda con cuidado á los diferentes órdenes de unidades que se dicten. Se escribirá, pues, desde luégo, comenzando por la izquierda, la porcion de las unidades de órden superior que á lo más debe constar de tres cifras; en seguida se escribi-*

LECCION III.—*Cuestiones.*—¿Qué regla tiene U. para leer una cantidad ó un número?—Ponga un ejemplo.—¿Qué regla tiene U. para escribir un número?

rán las porciones de órden inferior hasta las unidades simples, teniendo cuidado de llenar con ceros los lugares que se pasen en silencio.

Ejemplo.—Para escribir el número trescientos doce millones, cuatrocientos veinticinco mil, seiscientos ocho unidades, se pondrá : 312, porcion de los millones ; en seguida 425, porcion de los miles, y por último 608, porcion de las unidades (el lugar de las decenas se reemplaza con el cero). El número será pues, 312.425,608.

EJERCICIOS.

Léanse los números siguientes :

18	1748	476893212674
439	8177	3208705439213
5712	43924	3413068941236
60398	58007	8214038000000
192356	781234	9000006150002

Escríbanse los números siguientes :

1. Setecientos cuarenta y nueve.
2. Siete mil novecientos ochenta y dos.
3. Nueve mil quinientos doce.
4. Trescientos diez y seis mil doscientos uno.
5. Noventa y nueve mil setecientos tres.
6. Dos millones, quinientos doce mil uno.
7. Diez y ocho millones, trescientos mil noventa y dos.
8. Sesenta millones, trescientos cuarenta y uno.
9. Dos billones, trescientos catorce mil tres millones un mil doce.

Numeracion romana.

En la numeracion romana se usa de siete letras mayúsculas, cada una de las cuales representa un número, tales son :

Ponga un ejemplo, indicando los diferentes órdenes de unidades.

I V X L C D M.
uno, cinco, diez, cincuenta, ciento, quinientos, mil.

Combinando estas letras se pueden expresar todos los números, atendiendo á las reglas siguientes :

1ª Cuantas veces se repite una letra otras tantas se repite el valor ó número que representa. Así I representa *uno,* II *dos,* III *tres,* etc.

2ª Cuando una letra de menor valor se coloca ántes de otra de mayor valor, el numero expresado será la diferencia de los valores de las letras. Así IX denota *nueve,* diferencia entre diez y uno.

3ª Cuando una letra de menor valor se coloca delante de otra de mayor valor, el número expresado será la suma de los valores de las dos letras. Así XV denota *quince,* suma de diez y cinco.

4ª Una línea transversal puesta sobre una letra la hace mil veces mayor. Así V denota *cinco;* pero $\overline{V}$ denota *cinco mil;* X denota *diez* y $\overline{X}$ *diez mil.*

TABLA ROMANA.

I	Uno.	XXX	Treinta.
II	Dos.	XL	Cuarenta.
III	Tres.	L	Cincuenta.
IV	Cuatro.	LX	Sesenta.
V	Cinco.	LXX	Setenta.
VI	Seis.	LXXX	Ochenta.
VII	Siete.	XC	Noventa.
VIII	Ocho.	C	Ciento.
IX	Nueve.	CC	Doscientos.
X	Diez.	CCC	Trescientos.
XX	Veinte.	CCCC	Cuatrocientos.

¿Cuántas y cuáles son las letras que se usan en la numeracion romana? ¿Qué valor representa cada una de estas letras?—¿Cuáles son las reglas que se siguen al combinarlas?—Escribid los números, desde uno hasta diez en notacion romana.

D..Quinientos.
DC..Seiscientos.
DCC..Setecientos.
DCCC..Ochocientos.
DCCCC..Novecientos.
M..Mil.
MD..Mil quinientos.
MM..Dos mil.
$\overline{V}$..Cinco mil.
$\overline{X}$..Diez mil.

NOTA.—Esta numeracion se llama romana por haber sido usada por los romanos.—Todavía se la emplea para expresar fechas, los capítulos y páginas de los libros, etc.

Escribid en la misma notacion 15, 18, 19, 20, 30, 90, 200, 5200, 1872, etc.

PARTE SEGUNDA.

CÁLCULO DE LOS NÚMEROS.

LECCION IV.

Adicion ó suma de enteros.

13. ADICION ó SUMA, es la operacion que consiste en reunir en un solo número dos ó más números homogéneos.

Los números que se han de sumar se llaman *sumandos*, y el resultado de la operacion se llama *suma total* ó simplemente *suma*.

La operacion de adicion se indica con este signo +, que se lee *más*. Y la igualdad de dos números ó cantidades, con este otro =, que se lee *igual*. Por ejemplo : $8 + 2 = 10$, se lee : ocho *más* dos *igual* á diez : $5 + 3 + 4 = 12$, se lee : cinco *más* tres *más* cuatro *igual* á doce.

14. REGLA.—*Para adicionar ó sumar números enteros se escriben los sumandos unos debajo de otros, de modo que las cifras que representan unidades de un mismo órden queden en una misma línea vertical, esto es : unidades bajo unidades, decenas bajo decenas, centenas bajo centenas, etc. ; y se tira una raya horizontal por debajo del último suman-*

LECCION IV.—*Cuestiones.*—¿ Qué es adicion ?—¿ Cómo se llaman los números que se han de sumar ?—¿ Cómo se llama el resultado de la operacion de sumar ?—¿ Cómo se indica la operacion de adicion ?—¿ Cómo se indica la igualdad de dos cantidades ?—Ponga U. ejemplos.—¿ Qué regla tiene U. para adicionar números enteros ?

do. Despues, comenzando por la derecha, se suman las cifras de las unidades, y si esta suma no pasa de 9, se escribe debajo de la columna de unidades; pero si pasa de 9, se escriben las unidades bajo la columna de unidades, ó se pone cero si no las hay, y las decenas se retienen en la memoria para adicionarlas con las decenas. Se procede de la misma manera con las otras columnas hasta la última, y el número que resulte debajo de la raya será la suma.

EJEMPLO.—Sumar los números 456, 649, y 313. Segun la regla dada se colocan estos números en esta forma:

$$\begin{array}{r} 456 \\ 649 \\ 313 \\ \hline 1418 \end{array}$$

Comenzando por la derecha digo: 6 y 9 son 15, y 3 son 18; en 18 hay 8 unidades que escribo bajo la columna de unidades, y 1 decena que llevo á sumar con las decenas. Una decena y 5 son 6, y 4 son 10, y 1 son 11; en once decenas hay 1 decena que escribo bajo las decenas, y una centena que llevo á sumar con las centenas. Una centena y 4 son 5, y 6 son 11, y 3 son 14; en 14 centenas hay 4 centenas y un millar que escribo en su lugar. La suma es, pues, 1418.

EJERCICIOS.

1. ¿Cuál es la suma de los números 2524, 68912, 3416, 25?
2. Sumar los números 312500, 240098, 346,732, 25.
3. ¿Cuánto suman 6712, 70829, 3461225, 5189?
4. ¿Cuál es el capital de un comerciante, que tiene $24712 en fincas, $28740 en mercaderías, $28743 en créditos y $97863 en caja?
5. Una compañía de comercio ha recibido por el puerto de La Libertad, procedentes de Francia y en diferentes re-

mesas, bultos 2731, 412, 529, 2818. ¿Cuántos bultos ha recibido por todo?

6. La poblacion de Centro-América es como sigue:

Guatemala 1 millon 200 mil, el Salvador 600 mil, Honduras 350 mil, Nicaragua 236 mil, Costa-Rica 200 mil. ¿Cuál es la poblacion total?

7. La poblacion de los Estados Unidos y Territorios en 1850 era como sigue: Blancos 19553068: Libertos 434495; Esclavos 3204313; Indios 400674. ¿Cuál era entónces la poblacion total?

LECCION V.

Sustraccion ó resta de enteros.

15. SUSTRACCION ó RESTA es la operacion que consiste en encontrar la diferencia que hay entre dos números homogéneos.

El número del cual se ha de restar se llama *minuendo*, y el que se resta *sustraendo*. El resultado de la operacion se llama *resta*, *residuo*, *exceso* ó *diferencia*.

La operacion de restar se indica con este signo, —, que se lee *ménos*. Por ejemplo: $7 - 5 = 2$, se lee: siete *ménos* cinco *igual* á dos.

16. Regla.—*Para sustraer ó restar un número entero de otro número entero, se escribe el minuendo y debajo de él el sustraendo como si fuesen á sumarse, y se tira una raya por debajo. En seguida se comienza á restar por la derecha, restando sucesivamente cada cifra del sustraendo de su correspondiente en el minuendo, colocando cada resta parcial bajo el órden de unidades que la ha producido. Si*

LECCION V.—*Cuestiones.*—¿Qué es sustraccion?—¿Cómo se llama el número del cual se ha de restar?—¿Cómo se llama el número que se resta?—¿Cómo se llama el resultado de la operacion de restar?—¿Cuál es el signo de restar?—¿Qué regla tiene U. para restar?

alguna cifra del sustraendo fuese mayor que su correspondiente en el minuendo, la resta no podrá efectuarse sino tomando una unidad de la primera cifra significativa hácia la izquierda del minuendo, y reduciéndola á la especie de la menor, á la cual se agregará con el valor de 10 ; *al verificar la resta, se considerará con una unidad ménos la cifra del minuendo de donde se tomó la unidad.*

1.er Ejemplo.—Restar el número 82178 del número 94269. Segun la regla, se dispondrá así la operacion :

```
94269
82178
─────
12091
```

Comenzando por la derecha digo : 9 unidades ménos 8 igual á 1, que escribo debajo de la raya en la columna de las unidades ; 6 decenas ménos 7 no puede ser, porque no se puede quitar un número mayor de otro menor ; pero tomando una centena de las 2 del minuendo, que vale 10 decenas diré : 16 ménos 7 igual á 9 ; las dos centenas quedaron en 1 y digo : 1 ménos 1 no queda nada, y escribo 0 ; 4 millares ménos 2 igual á 2 ; 9 decenas de millar ménos 8 igual á 1. La diferencia es 12091.

2. Ejemplo.—Restar el número 234782 de 900000.

```
900000
234782
──────
665218
```

En este ejemplo se notará, que la resta no puede verificarse inmediatamente, porque de los ceros del minuendo no se pueden restar las cifras del sustraendo ; pero la operacion se hace posible, segun la regla dada, tomando una unidad de la primera cifra significativa hácia la izquierda del minuendo ; esta unidad vale 10 de la siguiente, donde se dejan 9 y se lleva una para reducirla á la siguiente ; y así se con-

tinúa, dejando 9 á cada reduccion y llevando una hasta las unidades sencillas, donde toma el valor de 10. Entónces, los ceros quedan con el valor de 9 y la cifra significativa con una unidad ménos. Así diremos: 10 ménos 2 igual á 8; 9 ménos 8 igual á 1; 9 ménos 7 igual á 2; 9 ménos 4 igual á 5; 9 ménos 3 igual á 6; 8 ménos 2 igual á 6. La resta es 665218.

EJERCICIOS.

1º Restar el número 28749 de 97512.

2º Hallar la diferencia entre 26004 y 179821.

3º ¿Cuánto debe agregarse á 24612 para hacer 282500?

4º La independencia de Centro-América se proclamó el año de 1821. ¿Cuántos años hace que se verificó tan importante suceso?

5º El radio terrestre en el Ecuador tiene 6376984 metros, y el radio polar 6356324. ¿Cuál es la diferencia ó el aplanamiento de la Tierra hácia sus polos?

Pruebas de la adicion y de la sustraccion de enteros.

17. PROBAR UNA OPERACION es hacer una segunda operacion para asegurarse de que no ha habido equivocacion en la primera.

La mejor prueba de una operacion es repetirla una ó más veces. Es difícil que en esta repeticion no se descubra el error si lo hay. Sin embargo, he aquí las más usadas.

18. *Prueba de sumar.*—Repítase la operacion, sumando las cifras de abajo arriba, y el resultado debe ser igual á la primera suma si la operacion está bien hecha.

19. *Otra prueba.*—Sepárese uno cualquiera de los sumandos, súmense los restantes, y si la diferencia entre esta suma y la primera fuese igual al sumando separado, estará bien hecha la operacion.

¿Qué es probar una operacion?—¿Cuál es la mejor prueba de una operacion?—¿Cuáles son las pruebas de sumar?

20. *Prueba de restar.*—Súmese el sustraendo con el residuo, y si la suma es igual al minuendo, estará buena la operacion.

21. *Otra prueba.*—Réstese el residuo del minuendo, y la diferencia debe ser igual al sustraendo.

En estas diversas pruebas el operador queda cierto de la exactitúd de la operacion, porque una complicacion de errores en las operaciones que sirven de prueba es casi imposible, y en tal caso cuando la prueba sale bien, se tiene una fuerte presuncion ó más bien certeza de no haberse engañado.

LECCION VI.

Multiplicacion de enteros.

22. LA MULTIPLICACION de un número por otro, es una operacion que consiste en encontrar un tercer número que sea respecto del primero, lo que el segundo es respecto de la unidad.

La *multiplicacion de enteros* se reduce á repetir un número tantas veces como unidades tiene otro.

El número que se ha de multiplicar se llama *multiplicando;* aquel por el cual se multiplica, *multiplicador;* y el resultado de la operacion, *producto.* Al multiplicando y multiplicador juntos se les llama *factores* del producto.

En toda multiplicacion de números concretos se conoce el multiplicando en que es de la misma especie que el producto.

¿Cuáles son las pruebas de restar?

LECCION VI.—*Cuestiones.*—¿Qué es multiplicacion?—¿Á qué se reduce la multiplicacion de enteros?—¿Qué es multiplicando?—¿Qué es multiplicador?—¿Cómo se llama el resultado de la operacion de multiplicar?—¿Qué nombre se da al multiplicando y multiplicador juntos?—¿En qué se conoce el multiplicando cuando los factores son concretos?

La operacion de multiplicacion se indica con este signo $\times$, ó con un punto, que se leen *multiplicado por*.

Así, $6 \times 4 = 24$, ó $6 \,.\, 4 = 24$, se lee: seis *multiplicado por* cuatro igual á veinticuatro.

La multiplicacion es una suma abreviada.

En la multiplicacion de enteros pueden ocurrir tres casos, á saber: multiplicar un número dígito por otro dígito; multiplicar un número compuesto por un dígito ó viceversa; multiplicar un número compuesto por otro compuesto.

23. *CASO* 1º—Regla.—*Para multiplicar un número dígito por otro dígito, debe aprenderse perfectamente de memoria la tabla de multiplicar ó tabla pitagórica. Esta tabla contiene todos los productos de los números dígitos entre sí desde uno hasta nueve.*

Ejemplo.—Sea multiplicar 5 por 4. Como la multiplicacion es una suma abreviada, podríamos decir: $5+5+5+5=20$, producto buscado. Pero este resultado se halla inmediatamente con sólo inspeccionar la

Tabla de Multiplicacion.

2. 1= 2	3. 1= 3	4. 1= 4	5. 1= 5
2. 2= 4	3. 2= 6	4. 2= 8	5. 2=10
2. 3= 6	3. 3= 9	4. 3=12	5. 3=15
2. 4= 8	3. 4=12	4. 4=16	5. 4=20
2. 5=10	3. 5=15	4. 5=20	5. 5=25
2. 6=12	3. 6=18	4. 6=24	5. 6=30
2. 7=14	3. 7=21	4. 7=28	5. 7=35
2. 8=16	3. 8=24	4. 8=32	5. 8=40
2. 9=18	3. 9=27	4. 9=36	5. 9=45
2.10=20	3.10=30	4.10=40	5.10=50

¿Cuál es el signo de multiplicacion?—¿De qué operacion es abreviacion la multiplicacion?—¿Cuántos y cuáles son los casos que ocurren en la multiplicacion de enteros?—¿Cómo se multiplica un número dígito por otro dígito?—¿Cómo un compuesto por un dígito?—¿Cómo un compuesto por otro compuesto?—¿Cuántas y cuáles son las principales contracciones en multiplicar?

6. 1= 6	7. 1= 7	8. 1= 8	9. 1= 9
6. 2=12	7. 2=14	8. 2=16	9. 2=18
6. 3=18	7. 3=21	8. 3=24	9. 3=27
6. 4=24	7. 4=28	8. 4=32	9. 4=36
6. 5=30	7. 5=35	8. 5=40	9. 5=45
6. 6=36	7. 6=42	8. 6=48	9. 6=54
6. 7=42	7. 7=49	8. 7=56	9. 7=63
6. 8=48	7. 8=56	8. 8=64	9. 8=72
6. 9=54	7. 9=63	8. 9=72	9. 9=81
6.10=60	7.10=70	8.10=80	9.10=90

24. *CASO* 2º—REGLA.—*Para multiplicar un número compuesto por un dígito, se escribe el compuesto y debajo el dígito como si se fuesen á sumar, tirando una raya por debajo. En seguida se multiplica sucesivamente, comenzando por la derecha, cada cifra del compuesto por el dígito; y si el producto no excede de* 9, *se escribe tal como se obtiene; pero si excede de* 9, *se escriben las unidades en su lugar y se llevan las decenas para agregarlas al producto siguiente, y así sucesivamente.*

EJEMPLO.—Multiplicar 2023 por 5. La operacion se dispone del modo siguiente.

$$\begin{array}{r} 2023 \\ 5 \\ \hline 10115 \end{array}$$

Luégo, diremos: 5 por 3 unidades ó 5 veces 3 son 15 unidades; escribo 5 y llevo 1 decena para agregarla al producto de decenas; 5 por 2 decenas son 10 decenas y 1 que llevo son 11; escribo 1 y llevo 1 centena: 5 por cero centenas es cero y 1 que llevo es 1 que escribo en su lugar:

Decid de memoria la tabla de multiplicacion. (El maestro ejercitará á sus discípulos en esta tabla hasta que la aprendan perfectamente de memoria.)

5 por 2 millares son 10 millares que escribo por último. El producto es 10115.

25. *CASO* 3º — Regla. — *Para multiplicar un número compuesto por otro compuesto se escriben los dos números como si se fuesen á sumar, tirando una raya por debajo. En seguida, comenzando por la derecha, se multiplica sucesivamente todo el multiplicando por las unidades, decenas, centenas,* etc., *del multiplicador, teniendo cuidado de colocar los productos unos debajo de otros, avanzando siempre cada uno de ellos un lugar hácia la izquierda, respecto del anterior. Luégo, se suman todos los productos parciales y la suma será el producto total.*

Ejemplo.—Sea multiplicar el número 6923 por 764.

Dispondremos el cálculo de este modo :

```
   6923
    764
-------
  27692
 41538
48461
-------
5289172
```

En esta operacion, el producto del multiplicando 6923 por las 4 unidades del multiplicador ha dado 27692 unidades ; el producto por las 6 decenas del multiplicador ha producido 41538 decenas, que se han escrito bajo las decenas del *primer producto ;* y el producto de las 7 centenas del multiplicador ha dado 48461 centenas que se han colocado bajo las centenas. En seguida se han sumado estos tres productos parciales y se ha obtenido 5289172 por producto total.

26. Contracciones.—Las principales contracciones ó abreviaciones en multiplicar son las siguientes :

1ª Cuando hay ceros entre las cifras del multiplicador, no se multiplica por ellos, sino que se pasa á la cifra signi-

ficativa siguiente, teniendo cuidado de escribir el producto debajo de la cifra por la cual se multiplica.

Ejemplo.—Multiplicar 634 por 506.

```
   634
   506
  ----
  3804
 3170
------
320804
```

Aquí hemos multiplicado primero por 6 y se ha obtenido 3804 ; pero al llegar al cero no multiplicamos por él, y pasamos á multiplicar por 5, colocando el producto bajo las centenas. En seguida se han sumado los dos productos parciales.

2ª Cuando uno ó ambos factores terminan en ceros, sólo se multiplican las cifras significativas, y al producto se agregan á la derecha tantos ceros cuantos haya en uno ó en ambos factores.

Ejemplo.—Multiplicar 3700 por 400.

```
   3700
    400
-------
1480000
```

En este ejemplo multiplicaremos 37 por 4 y al producto 148 agregaremos cuatro ceros.

3ª Para multiplicar un número por 10, 100, 1000, y en general por la unidad seguida de ceros, basta escribir á la derecha del número tantos ceros cuantos tenga la unidad despues de sí.

Ejemplo.—Los productos sucesivos del número 36 por 10, 100, 1000, etc., son : 360, 3600, 36000, etc.

4ª Para multiplicar un número por otro de dos cifras, cuyas decenas estén representadas por 1, por ejemplo 13,

sólo se multiplica por la cifra de las unidades de éste, y se coloca el producto debajo del multiplicando, avanzando todas sus cifras un lugar hácia la derecha. La suma de estos dos números será el producto.

Si en vez de ser las decenas las representadas por 1, lo fuesen las unidades, como en 41, se procederá de la misma manera, con la diferencia de atrasar un lugar las cifras del producto en vez de avanzarlas.

1.^r EJEMPLO.—Multiplicar 3528 por 13.

```
 3528
 10584
 ─────
 45864
```

Se escribe el multiplicando 3528 y se multiplica por 3, sin escribir este número; el producto 10584 se coloca debajo, avanzando un lugar hácia la derecha; se suman los dos números y se obtiene el producto 45864.

2.º EJEMPLO.—Multiplicar 9637 por 41.

```
  9637
 38548
 ──────
 395117
```

Se escribe el multiplicando 9637, y el producto 38548 por las 4 unidades se coloca debajo, atrasando un lugar. El producto es 395117.

5.ª Para multiplicar un número por 11, se escribe el número y se tira una raya por debajo; luégo se bajan las unidades y se siguen sumando las unidades con las decenas, las decenas con las centenas, etc., colocando las sumas parciales en su lugar correspondiente, advirtiendo que la última cifra hácia la izquierda se baja sola, cuando no haya que sumarla con las unidades que puedan traerse de su suma con la que le precede.

Ejemplo.—Multiplicar 19723 por 11.

$$\begin{array}{r} 19723 \\ \hline 216953 \end{array}$$

Se escribe el número 19723, se tira la raya y se bajan las 3 unidades. Luégo, diremos: 3 y 2 son 5, que se escribe en su lugar; 2 y 7 son 9; 7 y 9 son 16; escribo 6 y llevo 1; 9 y 1 son 10 y 1 que llevo son 11; escribo 1 y llevo 1; 1 y 1 son 2. El producto es 216953.

6ª Para multiplicar un número por otro compuesto de dos cifras, y producto de dos dígitos, se multiplica primero por uno de estos dígitos, y en seguida el resultado por el otro, con lo que se tendrá el producto total.

Ejemplo.—Multiplicar 387 por 28.

$$\begin{array}{r} 387 \\ \hline 1548 \\ 10836 \end{array}$$

Se escribe el número 387. Ahora, como $28 = 4 \times 7$, multiplicamos primero por 4, y en seguida el producto 1548 por 7, con lo que tenemos el producto total 10836.

7ª Para multiplicar un número por 5, se agrega un cero al número y se saca la mitad.

Ejemplo.—Multiplicar 112 por 5, será:

$$112 \times 5 = \frac{1120}{2} = 560.$$

8ª Para multiplicar un número por 25 se agregan dos ceros al número y se saca la cuarta parte.

Ejemplo.—Multiplicar 312 por 25, será:

$$312 \times 25 = \frac{31200}{} = 7800.$$

EJERCICIOS.

1º Multiplicar 6712 por 8 ; 7532 por 9 ; 648799 por 6.
2º Multiplicar 430218 por 24 ; 6741532 por 216.
3º Multiplicar 64278 por 6004 ; 32817 por 40087.
4º Multiplicar 7400 por 200 ; 6900 por 500.
5º Multiplicar sucesivamente el número 16 por 10, 100, 1000, 10000, etc.
6º ¿ Qué número es 9812 veces mayor que 624 ?
7º Una circunferencia tiene 360 grados, cada grado sesenta minutos, y cada minuto sesenta segundos. ¿ Cuántos segundos tiene una circunferencia ?
8º ¿ Cuánto cuestan 248 metros de una tela, siendo á $16 el metro ?
9º ¿ Cuánto suman 9712 números iguales á 6700 cada uno ?
10º En una finca hay 28712 cafetos ; cada cafeto rinde dos libras y la libra tiene 500 granos de café. ¿ Cuántos granos producen los 28712 cafetos ?

LECCION VII.

División de enteros.

27. La DIVISION de un número por otro es una operacion que consiste en encontrar un tercer número que multiplicado por el segundo reproduzca el primero.

La division de enteros se reduce á averiguar cuántas veces un número está contenido en otro.

El número que se ha de dividir se llama *dividendo ;* aquel por el cual se divide, *divisor ;* y el resultado de la

LECCION VII.—*Cuestiones.*—¿ Qué es division ?—¿ Á qué se reduce la division de enteros ?—¿ Qué es dividendo ?—¿ Qué es divisor ?

operacion *cuociente.* El dividendo se considera como un producto cuyos factores son el divisor y el cuociente. Al dividendo y divisor juntos se les llama *términos* de la division.

La operacion de division se indica con este signo :, que se lee *dividido por.* Así, 8 : 4 = 2, se dice: 8 *dividido por* 4 igual á 2. Tambien se indica la division poniendo el dividendo sobre el divisor separados por una línea. Así, $\frac{8}{4} = 2$, se lee : 8 dividido por 4, ú 8 *sobre* 4, igual á 2.

La division es una resta abreviada.

En la division de enteros pueden ocurrir tres casos, á saber : dividir un número dígito por otro dígito : dividir un número compuesto por un dígito : dividir un número compuesto por otro compuesto.

28. *CASO* 1º—REGLA.—*Para dividir un número dígito por otro dígito basta saber de memoria los productos de los números dígitos entre sí.*

EJEMPLO.—Si se pide el cuociente de 8 por 4 diremos que es 2 ; porque 2 multiplicado por 4 da 8. El cuociente de 7 por 3 es 2 y un *resto* ó *residuo* de 1, porque $3 \times 2 + 1 = 7$. Despues se dirá lo que se hace con el residuo, cuando la division no es exacta.

29. *CASO* 2º—REGLA.—*Para dividir un número compuesto de varias cifras por un dígito, se escribe el dividendo y á su derecha el divisor separado por una línea vertical, tirando otra debajo del divisor. Hecho esto, se averigua cuántas veces está contenido el divisor en la primera cifra hácia la izquierda del dividendo, ó en las dos primeras si aquélla fuese menor que el divisor: se escribe el cuociente*

¿Cómo se llama el resultado de la division?—¿Cómo se llaman el dividendo y divisor juntos?—¿Cuál es el signo de division?—¿De qué otro modo se indica la division?—¿Cuántos y cuáles son los casos que ocurren en la division de enteros?—¿Cómo se divide un número dígito por otro dígito?—¿Cómo un compuesto por un dígito?

así obtenido debajo del divisor, se multiplica por él y el producto se resta del primer dividendo parcial. Á la derecha del residuo se baja la cifra siguiente del dividendo, lo que da un segundo dividendo parcial, con el cual se opera como con el anterior. Así se prosigue hasta concluir la operacion, teniendo cuidado de ir colocando las cifras del cuociente unas despues de otras hácia la derecha. Cuando un dividendo parcial no contenga al divisor, se pondrá cero al cuociente y se baja la cifra siguiente para continuar la division.

EJEMPLO.—Sea dividir el número 837 por 3.

```
837 | 3
23   279
 27
  0
```

Despues de escritos los dos términos como se vé, diré: 8 entre 3 á 2, que escribo debajo del divisor; 2 por 3 son 6, que resto mentalmente del dividendo parcial 8 y me quedan 2; á la derecha de este residuo bajo el 3 y digo: 23 entre 3 á 7, que escribo despues del 2; 7 por 3 son 21, que resto de 23 y me queda 2 de residuo: á la derecha del 2 bajo las 7 unidades y digo: 27 entre 3 á 9; 9 por 3 son 27, que resto de 27 y no me queda nada. El cuociente es 279.

Sea ahora dividir 1545 por 5.

```
1545 | 5
 045   309
   0
```

Diremos: 15 entre 5 á 3; 3 por 5 son 15, á 15, 0; 4 entre 5 no contiene, 0 al cuociente y baja el 5; 45 entre 5 á 9; 9 por 5 son 45 á 45, cero.

30. *CASO* 3º—REGLA.—*Para dividir un número compuesto de varias cifras por otro compuesto, se dispone la*

¿Cómo un compuesto por otro compuesto?

operacion como en el caso anterior. Á continuacion se toman tantas cifras hácia la izquierda del dividendo, ó una más si fuere necesario, cuantas hay en el divisor; se averigua cuántas veces está contenido el divisor en este primer dividendo parcial; se escribe el cuociente debajo de la línea; se multiplica por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial. Al lado del residuo se baja la cifra siguiente del dividendo, lo que da un segundo dividendo parcial, con el cual se opera como con el anterior.

Así se procederá hasta concluir la operacion, teniendo cuidado de ir colocando los cuocientes sucesivos unos despues de otros hácia la derecha.

31.—ADVERTENCIAS.—1ª Cuando algun dividendo parcial no contenga al divisor, se pondrá cero al cuociente y se bajará la cifra siguiente para continuar la division.

2ª Cuando la cifra del cuociente es muy alta, su producto por el divisor no se puede restar del dividendo parcial; y cuando es muy baja, al restar dicho producto del dividendo parcial, queda un residuo igual ó mayor que el divisor. En el primer caso debe disminuirse la cifra del cuociente, y en el segundo aumentarse. El residuo debe ser siempre menor que el divisor.

3ª El mayor número que se puede escribir en el cuociente es 9 y el menor 1.

4ª Toda cantidad dividida por sí misma es igual á la unidad.

5ª Toda cantidad dividida por la unidad es igual á sí misma.

6ª Toda cantidad dividida por cero da cero.

Poned un ejemplo del tercer caso y mostradnos cómo se hace el ensayo para obtener la verdadera cifra del cuociente.—¿Qué debe hacerse cuando la cifra del cuociente es muy alta ó muy baja?—¿Cuál es el mayor número que se puede escribir en el cuociente?—¿Cuál el menor?—¿Á qué es igual una cantidad dividida por sí misma?—¿A qué es igual una cantidad dividida por la unidad?—¿Qué da por cuociente una cantidad dividida por cero?

EJEMPLO DEL 3.er CASO.—Propongámonos dividir el número 899275 por 439.

```
899275 | 439
2127     2048
 3715
  203
```

Tomaremos hácia la izquierda del dividendo tantas cifras como tiene el divisor, es decir: que el primer dividendo parcial será 899. Se trata ahora de averiguar cuántas veces el divisor 439 está contenido en este dividendo. Esta averiguacion se hace dividiendo la primera cifra hácia la izquierda del dividendo parcial por la primera hácia la izquierda del divisor; pero ántes de escribir la cifra que se obtenga por cuociente se la ensaya, porque no hay seguridad de que sea la verdadera. El ensayo se hace multiplicando sucesivamente la cifra hallada por las del divisor, comenzando por la izquierda de éste, y restando mentalmente cada producto, de cada una de las cifras del dividendo parcial, comenzando tambien por la izquierda, hasta encontrar un residuo igual ó mayor que la cifra que se está ensayando, en cuyo caso esta cifra será la verdadera. Diremos, pues: 8 entre 4, á 2; ensayamos: 2 por 4 son 8, á 8, cero; 2 por 3 son 6, á 9, 3; y como esta resta 3 es mayor que 2, cifra que se está ensayando, será la verdadera y se escribe en el cuociente. Ahora se multiplica este cuociente por el divisor, segun la regla (20), y el producto se resta del dividendo parcial, diciendo: 2 por 9 son 18, á 19, 1, y se lleva 1; 2 por 3 son 6, y 1 que se lleva son 7, á 9, 2; 2 por 4 son 8, á 8, cero. A la derecha del residuo se baja la cifra siguiente 2 y diremos: 212 entre 439 no contiene, y ponemos cero al cuociente. Bajamos la cifra siguiente 7, y como 2127 contiene al divisor diremos: 21 entre 4, á 5; ensayamos: 5 por 4 son 20, á 21, 1; 5 por 3 son 15, á 12, no se puede restar; rebajamos 1 unidad al 5 y seguimos el ensayo: 4 por 4 son 16, á 21, 5; y como 5 es

mayor que 4, cifra que se está ensayando, dicha cifra es la verdadera y se escribe en el cuociente despues del cero. En seguida hacemos la multiplicacion y resta, y á la derecha del residuo 371 bajamos la cifra siguiente 5, y continuamos la division: 37 entre 4, á 9; ensayamos: 9 por 4 son 36, á 37, 1; 9 por 3 son 27, á 11, no se puede restar; rebajamos 1 al 9 y decimos: 8 por 4 son 32, á 37, 5; 8 por 3 son 24, á 51, 27; resta que es mucho mayor que la cifra que se está ensayando. Escribimos, pues, el 8 como verdadera cifra del cuociente, lo multiplicamos por el divisor y restamos el producto del dividendo parcial. Así, el cuociente es 2048 y un resto de 203.

OTRO EJEMPLO.—Dividir 156065 por 245.

156065	245
906	637
1715	
0	

He aquí cómo se procede en la práctica: 156 entre 245 no contiene; tomo una cifra más y digo: 15 entre 2, á 7; ensayo: 7 por 2 14, á 15, 1; 7 por 4 28, á 16, no se puede restar; rebajo 1 á 7 y digo: 6 por 2 12, á 15, 3; 6 por 4 24, á 36, 12; está bueno el 6 porque la resta 12 es mayor que 6. Ahora, multiplico por la derecha del divisor y resto: 6 por 5 30, á 30, cero; 6 por 4 24, y 3 27, á 36, 9; 6 por 2 12, y 3 15, á 15 nada. Bajo el 6 y digo: 9 entre 2, á 4; ensayo: 4 por 2 8, á 9 1; 4 por 4 16, á 10, no se puede restar; rebajo 1 á 4 y digo: 3 por 2 6, á 9, 3; está bueno el 3 porque la resta 3 es igual á 3, cifra que se está ensayando. Ahora multiplico y resto: 3 por 5 15, á 16, 1; 3 por 4 12, y 1 13, á 20, 7; 3 por 2 6, y 2 8, á 9, 1. Bajo el 5 y digo: 17 entre 2, á 8; ensayo: 8 por 2 16, á 17, 1; 8 por 4 32, á 11, no se puede restar; ensayo el 7: 7 por 2 14, á 17, 3; 7 por 4 28, á 31, 3; 7 por 5 35, á 35 cero. Aquí el ensayo nos ha indicado la verdadera cifra del cuo-

ciente, terminándose la operacion. El cuociente exacto es, pues, 6327.

32. Contracciones.—Las principales contracciones en dividir son las siguientes:

1ª Para dividir un número por 10, 100, 1000, y en general por la unidad seguida de ceros, basta separar á la derecha del dividendo tantas cifras como ceros tenga la unidad despues de sí; lo que queda á la izquierda será el cuociente, y lo de la derecha la resta.

Ejemplo.—Dividir 428 por 10.

42(8 | 10

Hemos separado una cifra á la derecha del dividendo, porque sólo hay un cero en el divisor y se ha obtenido el cuociente 42 y la resta 8.

2ª Cuando el dividendo y divisor terminan en ceros, se abrevia la operacion suprimiendo en ambos términos igual número de ceros, ó tantos ceros cuantos haya en el que tenga ménos, y la operacion queda entónces reducida á dividir las cifras que quedan.

Ejemplo.—Dividir 24800 por 3100.

248(00 | 31(00
0 | 8

Separados los ceros la operacion queda reducida á dividir 248 entre 31, y se obtiene 8 por cuociente.

3ª Para dividir un número por otro de dos cifras, producto de dos dígitos, se dividirá primero por uno de estos dígitos, y en seguida el resultado por el otro.

Ejemplo.—Dividir 630 por 35. Como $35 = 5 \times 7$, será: $630 : 5 = 126$; y $126 : 7 = 18$; luego, $630 : 35 = 18$.

4ª Para dividir un número por 2, 3 ó 4, y en general por cualquier dígito, se abrevia la operacion tomando la mitad, tercera ó cuarta parte, etc., del número dado.

¿Cuáles son las principales contracciones en dividir?

1.er Ejemplo.—Dividir 4812 por 2.

4812
2406 mitad.

Escribiremos el número, y comenzando por la izquierda diremos: mitad de 4 es 2, que se escribe debajo del 4; mitad de 8 es 4, que se escribe debajo del 8; mitad de 1 no la tiene, y se pone cero debajo del 1, y llevamos 1 decena; mitad de 12 es 6, que se coloca debajo del 2. El cuociente es 2406.

2.º Ejemplo.—Dividir 14013 por 3.

14013
4671 tercera parte.

Escrito el número diremos: tercera parte de 1, no la tiene, porque 1 es menor que 3; tomaremos, pues, las dos primeras cifras, y diremos: tercera parte de 14 es 4 y sobran 2 (porque 4 por 3 da 12); reuniremos el 2 al 0 que sigue y diremos: tercera parte de 20 es 6 y sobran 2 (porque 6 por 3 da 18): tercera parte de 21 es 7; tercera parte de 3 es 1. El cuociente es 4671.

5.º Para dividir un número por 25, se multiplica el número por 4 y el resultado se divide por 100, separando dos cifras á la derecha.

Ejemplo.—Dividir 39 por 25, será:

$$39 : 25 = \frac{39 \times 4}{100} = 1{,}56 \text{ (1 y 56 centésimos.)}$$

EJERCICIOS.

1.º Dividir 4418 por 5, ó tomar su quinta parte.

2.º Dividir 6270 por 3, ó tomar su tercera parte.

3.º ¿Cuántas veces está contenido el número 324 en 97867?

4.º ¿Cuántos años son 49724 dias (el año tiene 365 dias)?

5º Repartiendo 29604 reales entre 29 personas, ¿cuántos reales tocarán á cada persona?

6º Siendo la distancia de la Tierra al Sol, de 34 millones de leguas, ¿en qué tiempo llegaria una bala de cañon al Sol con una velocidad de 9600 leguas por dia?

7º El número de bancos de los Estados Unidos en 1863 era de 1466; y el monto total de circulacion era 238677218 dollars, ¿cuánto era el pro-medio circulatorio?

8º ¿Qué número multiplicado por 329 produce 7896?

9º ¿Cuántas veces se puede restar 132 de 13728?

10º En un cafetal hay 12996 cafetos dispuestos en 114 líneas, ¿cuántos cafetos tiene cada línea?

11º La Tierra da 365 vueltas sobre su propio eje en un año, ¿cuántas vueltas dará por mes? (el año tiene 12 meses).

12º ¿Cuál es el número 14 veces menor que 392?

Pruebas de la multiplicacion y division.

33. Prueba de multiplicar.—La prueba de multiplicar consiste en dividir el producto por uno de los factores, y si el cuociente sale igual al otro factor, la operacion está bien hecha.

34. Prueba de dividir.—La prueba de dividir consiste en multiplicar el cuociente por el divisor, agregando al producto el residuo si lo hubiese; el resultado debe ser igual al dividendo, en caso de que la operacion esté buena.

¿Cuál es la prueba de multiplicar?—¿Cuál es la prueba de dividir?

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS.

LECCION VIII.

Divisibilidad de los números—Números primos.

35. Un número es *divisible exactamente* por otro, cuando al hacer la division no queda residuo. Así, 24 es divisible exactamente por 3, porque al dividir da por cuociente 8, sin dejar residuo.

Se llama *divisor exacto* ó simplemente *divisor* de un número, todo número que lo divide exactamente. En el ejemplo anterior, 3 es divisor de 24.

Un número exactamente divisible por otro se llama *múltiplo* de éste; y á su vez el divisor se llama *submúltiplo, factor* ó *parte alícuota* de aquél. Así, 35 es múltiplo de 5 y de 7, y á su vez el 5 y el 7 son submúltiplos ó partes alícuotas de 35.

Número primo absoluto ó simplemente *número primo*, es el que no tiene más divisores que él mismo y la unidad. Así, 17 es un número primo, porque no tiene más divisores que él mismo y 1.

Números primos entre sí son los que no tienen más divisor comun que la unidad. Por ejemplo: 8 y 25 son números primos entre sí, porque no tienen otro divisor que 1, aunque ninguno de los dos sea primo absoluto.

La teoría de la divisibilidad de los números se funda en los siguientes principios.

LECCION VIII.—*Cuestiones.*—¿Cuándo se dice que un número es exactamente divisible por otro?—¿Qué nombre se da á un número exactamente divisible por otro, y cómo se llama á su vez el divisor?—¿Qué es número primo?—¿Qué son números primos entre sí?—¿En qué principios se funda la teoría de la divisibilidad de los números?

1º *Todo número que divide á otros dividirá á su suma.* Así, si 2 divide á 12, 8 y 4, dividirá á la suma 24. En efecto:

$$\frac{12+8+4}{2}=\frac{24}{2}=12.$$

2º *Todo número que divide á otros dos dividirá á su diferencia.* Si 7 divide á 49 y 21, dividirá á la diferencia 28. En efecto:

$$\frac{49-21}{7}=\frac{28}{7}=4.$$

3º *Todo número que divide á otro, dividirá á sus múltiplos.* Por ejemplo: si 5 divide á 15, dividirá á $15\times 2=30$, $15\times 3=45$, $15\times 4=60$, etc.; 30, 45 y 60 son exactamente divisibles por 5.

4º *Todo número que divide exactamente á un producto y es primo con uno de sus factores dividirá al otro factor.* Así, 3 divide exactamente á $9\times 5=45$, y es primo con 5; luego divide á 9.

5º *Todo número divisible por dos ó más primos entre sí, será tambien divisible por su producto.* Si 120 es divisible por 2 y por 5, que son primos entre sí, tambien lo será por $2\times 5=10$, pues $\frac{120}{10}=12$.

36. Los caracteres por los cuales se reconoce la divisibilidad de los números son los siguientes:

1º *Todo número terminado en* 0, 2, 4, 6, ú 8, *es exactamente divisible por* 2.

El número 324 es exactamente divisible por 2; 550 es tambien divisible por 2.

2º *Todo número es exactamente divisible por* 3, *cuando*

¿En qué se conoce que un número es exactamente divisible por 2?— ¿En qué se conoce que un número es exactamente divisible por 3?

la suma de sus cifras tomadas en su valor absoluto, es 3 *ó un múltiplo de* 3.

El número 111 es divisible por 3, porque $1+1+1=3$: 789 es tambien divisible por 3, porque $7+8+9=24$, que es múltiplo de 3.

3º *Todo número cuyas dos últimas cifras hácia la derecha expresan un todo divisible por* 4, *es exactamente divisible por* 4.

El número 3512, cuyas dos últimas cifras, 12, expresan un todo divisible por 4, lo es por este número.

4º *Todo número terminado en cero ó* 5 *es divisible exactamente por* 5.

Los números 320, 425, son divisibles por 5.

5º *Un número es exactamente divisible por* 6, *cuando lo es por* 3 *y por* 2.

Así: 156, 3258, que son divisibles por 3 y por 2, son divisibles por 6.

6º Para averiguar si un número es divisible por 7, se observará la regla siguiente: se divide el número en porciones de tres en tres cifras, comenzando por la derecha. En seguida, se multiplican las unidades simples por 1, las decenas por 3 y las centenas por 2, y se suman los tres productos; lo mismo se hace con los otros semiperíodos, si los hubiese. Luégo se reunen en una sola suma todas las sumas de los semiperíodos que ocupan lugar impar, y en otra las de los semiperíodos de lugar par. Si la diferencia entre estas dos sumas totales fuere cero, 7, ó un múltiplo de 7, el número será divisible por 7.

EJEMPLO.—Sea el número 2274230924. Dispondremos la operacion del modo siguiente:

2,	274,	230,	924		28	13
	4	0	4		29	2
	21	9	6		57	15
	4	4	18		57	
2	29	13	28		15	
par	imp.	par	imp.		$42 = 6 \times 7$	

Escrito el número, se multiplican las unidades, decenas y centenas, del primer semiperíodo, respectivamente por 1, 3, 2, y los tres productos 4, 6, 18, los sumo, resultando por suma 28. Multiplico en seguida las cifras del 2º semiperíodo por 1, 3, 2, y los productos 0, 9 y 4 me dan por suma 13. La suma de los productos por 1, 2, 3, del tercer semiperíodo, es 29 y la del último semiperíodo es 2. Ahora reuno las sumas 28 y 29 del lugar impar, y me resulta 57 ; las sumas 13 y 2 del lugar par dan 15. Y como la diferencia entre estas dos sumas (ó sea 57—15) es 42, y este número es múltiplo de 7, pues $42 = 6 \times 7$, se sigue que el número propuesto es divisible por 7.

7º *Un número es exactamente divisible por* 8, *cuando sus tres últimas cifras hácia la derecha forman un todo divisible por* 8.

Así 21240 es divisible por 8.

8º *Un número es exactamente divisible por* 9, *cuando la suma de sus cifras tomadas en su valor absoluto es* 9 *ó un múltiplo de* 9.

El número 64908 es divisible por 9, porque $6+4+9+8 = 27$, que es múltiplo de 9.

9º *Un número es divisible exactamente por* 10, 100, 1000, *etc., cuando termina en uno, dos, tres, etc., ceros.*

Los números 420, 3200, 6000, son divisibles respectivamente por 10, 100, 1000.

10º *Un número es divisible exactamente por* 11, *cuando la diferencia entre la suma de sus cifras que ocupan lugar impar, y la de las que ocupan lugar par, es cero,* 11, *ó un múltiplo de* 11.

El número 3542 es divisible por 11, porque $3+4-(5+2) = 0$; 153219 es divisible by 11, porque $1+3+1-(5+2+9) = 11$.

¿ Cuándo es divisible por 4 ?—¿ Cuándo por 5 ?—¿ Cuándo por 6 ?—¿ Cuándo por 7 ?—¿ Cuándo por 8 ?—¿ Cuándo por 9 ?—¿ Cuándo por 10, 100, 1000, etc. ?—¿ Cuándo por 11 ?

Descomposicion de un número en sus factores primos.

37. Esta operacion es de frecuente uso en Aritmética.

38. REGLA.—*Para descomponer un número en sus factores primos, se dividirá primeramente por* 2, *tantas veces sucesivamente como sea posible. El cuociente se dividirá por* 3, *tantas veces como sea posible. Y así se continúa la operacion, dividiendo por todos los números primos consecutivos,* 5, 7, 11, *etc., hasta obtener por último cuociente la unidad.*

EJEMPLO.—Propongámonos resolver el número 2940 en sus factores primos. La operacion se dispone del modo siguiente :

2940	2
1470	2
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

Hemos tomado la mitad del número 2940, poniendo el divisor 2 á la derecha de la raya, porque dicho número es divisible por 2 (36, 1º); del cuociente 1470, tambien divisible por 2, hemos tomado otra vez la mitad ; del cuociente 735, divisible por 3 (36, 2º) tomamos la tercera parte ; del cuociente 245, divisible por 5 (36, 4º), tomamos la quinta parte ; del cuociente 49, divisible por 7, tomamos la séptima parte ; por último, del cuociente 7, que es número primo, tomamos la séptima parte ; y como hemos llegado á obtener por último cuociente la unidad, la operacion está terminada. Por consiguiente, los factores primos ó simples de 2940 son 2, 2, 3, 5, 7, 7. Así, tendremos :

$$2940 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7.$$

¿ Qué regla tiene U. para descomponer un número en sus factores primos ?

EJERCICIOS.

Descomponer en sus factores primos los números siguientes :

936, 1218, 1452, 1596, 1680, 1848, 1974, 2214.

Tabla de los números primos comprendidos entre 1 y 997.

1	41	101	167	239	313	397	467	569	643	733	823	911
2	43	103	173	241	317	401	479	571	647	739	827	919
3	47	107	179	251	331	409	487	577	653	743	829	929
5	53	109	181	257	337	419	491	587	659	751	839	937
7	59	113	191	263	347	421	499	593	661	757	853	941
11	61	127	193	269	349	431	503	599	673	761	857	947
13	67	131	197	271	353	433	509	601	677	769	859	953
17	71	137	199	277	359	439	521	607	683	773	863	967
19	73	139	211	281	367	443	523	613	691	787	877	971
23	79	149	223	283	373	449	541	617	701	797	881	977
29	83	151	227	293	379	457	547	619	709	809	883	983
31	89	157	229	307	383	461	557	631	719	811	887	991
37	97	163	233	311	389	463	563	641	727	821	907	997

LECCION IX.

Mínimo múltiplo comun.

39. Un número es MÚLTIPLO COMUN de dos ó más números, cuando es divisible exactamente por ellos. Así, 6 es múltiplo comun de 2 y de 3.

40. *Mínimo múltiplo comun ó menor dividendo comun* de dos ó más números, es el menor número exactamente divisible por ellos. Así, 6 es mínimo múltiplo comun ó menor dividendo comun de 2 y de 3.

LECCION IX.—*Cuestiones.*—¿ Cuándo se dice que un número es múltiplo comun de dos ó más números ?—¿ Qué es mínimo múltiplo comun ó menor dividendo comun ?

41. Regla.—*Para hallar el mínimo múltiplo comun de dos ó más números dados, descompónganse éstos en sus factores primos* (38). *En seguida, fórmese el producto de todos estos factores, tomando cada uno de ellos el mayor número de veces que se encuentre en alguno de los números dados. Cuando un factor se encuentre repetido igual número de veces en dos ó más de los números, sólo se tomará este número de veces.*

Ejemplo.—Hallar el mínimo múltiplo comun de los números 36, 48, 50 y 25.

Descompuestos estos números en sus factores primos, se forma la siguiente tabla:

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$50 = 2 \times 5 \times 5$$
$$25 = 5 \times 5$$

Aquí observamos que el factor 2 se encuentra más repetido en el número 48; el factor 3, más repetido en 36; y el 5, igualmente repetido en 50 y 25. Por consiguiente, el mínimo múltiplo comun buscado será: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3600$.

42. El siguiente método de Mr. Loomis y de otros autores americanos, es sumamente cómodo para encontrar el mínimo múltiplo.

Regla.—*Escríbanse los números en una línea horizontal; divídanse por cualquier número primo que sea divisor exacto de dos ó más de los números dados, y pónganse los cuocientes y los números indivisibles debajo en la línea horizontal. Divídase esta segunda línea lo mismo que la primera y pónganse los resultados debajo. Continúese así hasta que no haya número primo mayor que 1, que divida exactamente á dos de los números. Multiplíquense todos*

¿Qué regla tiene U. para hallar el mínimo múltiplo comun?—¿Qué otra regla mas cómoda tiene U. para encontrar el mínimo múltiplo comun?

los divisores y los números de la última línea horizontal entre sí, y el producto será el mínimo múltiplo comun.

Ejemplo.—Hallar el mínimo múltiplo comun de los números 12, 15 y 18.

12, 15, 18	2
6, 15, 9	3
2, 5, 3	

Escritos los números en línea horizontal, observamos que 2 divide exactamente á dos de ellos, 12 y 18 ; escribimos debajo los cuocientes 6 y 9 y tambien el 15 que no es divisible por 2. En seguida dividimos por otro número primo, 3, y ponemos los cuocientes 2, 5, 3, debajo ; y no continuamos la division, porque no hay un divisor comun á dos de los números que nos han quedado en la última línea. Multiplicando ahora los divisores y los números de la última línea entre sí, tendremos el mínimo múltiplo comun buscado, esto es : $2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3 = 180$.

EJERCICIOS.

1º ¿ Cuál es el mínimo múltiplo comun de 8, 15, 36?
2º ¿Cuál es el mínimo múltiplo de 8, 9, 10, 12, 25?
3º Hallar el mínimo múltiplo de 7, 15, 25, 36, 40.
4º Hallar el mínimo múltiplo de 49, 14, 84, 168, 98.

Problemas.

5º A, puede cavar 9 varas de zanja al dia ; B, 12 varas al dia ; C, 16 varas al dia: ¿ cuál es el mínimo número de varas que puede dar dias exactos de trabajo á cada uno, trabajando solo, y en qué tiempo podrá cada uno hacer toda la obra?

Respuesta.—Mínimo número de varas 144; A, hace la obra en 16 dias ; B, en 12 dias ; y C, en 9 dias.

6º Un herrero emplea en su taller cuatro clases de trabajadores. Paga á cada hombre de los de la primera clase, 15 pesos al mes ; á los de la segunda 16 pesos al mes ; á los de la tercera, 21 pesos al mes ; y á los de la cuarta, 24 pesos al

mes ; y á cada clase paga el mismo monto de salario. Se pregunta, ¿ cuál es el mínimo monto que pagará á cada clase por mes, y cuál es el número de hombres de cada clase?

RESPUESTA.—Mínimo monto mensual 1680 pesos ; 112 hombres de la 1ª clase, 105 de la 2ª, 80 de la 3ª, 70 de la 4ª

7º Un agricultor tiene un número de sacos, cada uno de la capacidad de 2 fanegas ; un número de barriles de la capacidad de 3 fanegas cada uno ; un número de cajas de la capacidad de 7 fanegas cada una ; y un número de barricas de la capacidad de 15 fanegas cada una. Se pregunta, ¿ cuál es la mínima cantidad de fanegas de trigo que pueda llenar cada envase un número exacto de veces, y *cuántas veces* podrá esta cantidad llenar á cada uno?

RESPUESTA.—Mínima cantidad de fanegas de trigo 210; sacos 105 ; barriles 70 ; cajas 30 ; barricas 14.

8º Cuatro personas salen al mismo tiempo de un punto de un circuito de 300 millas de circunferencia, con objeto de recorrerlo. A, camina 15 millas por dia ; B, 20 millas ; C, 25 millas ; y D, 30 millas por dia. ¿ Cuántos dias deben caminar ántes de que todos puedan volver á juntarse al punto de partida, y cuántas veces dará cada uno la vuelta completa?

RESPUESTA.—Número de dias 60 ; A, 3 veces la vuelta; B, 4 veces ; C, 5 veces ; D, 6 veces. (Problemas traducidos de la "University Arithmetic" de Mr. Charles Davies, LL. D.)

LECCION X.

Máximo comun divisor.

43. Un número es *divisor comun* de dos ó más números, cuando los divide exactamente. Por ejemplo : 5 es divisor comun de 15, 20 y 50.

LECCION X.—*Cuestiones.*—¿ Cuándo se dice que un número es divisor comun de dos ó más números.

44. Se da el nombre de *máximo comun divisor* de dos ó más números, al mayor número que los divide exactamente. Por ejemplo : 24, 36 y 48 pueden ser divididos exactamente por 2, 3 ó 4 ; pero el mayor comun divisor de ellos es 12.

45. Antes de dar la regla general para hallar el máximo comun divisor, explicaremos cómo se halla fácilmente el de números no muy crecidos.

Como el máximo divisor de dos ó más números sólo se compone del producto de todos los factores comunes á estos números, basta resolver cada número dado en sus factores primos, y el producto de todos los factores comunes á los números dados será el máximo comun divisor.

EJEMPLO.—Hallar el máximo comun divisor de 36, 12 y 30.

Descompuestos estos números en sus factores primos se obtiene :

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3$$
$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

Aquí los factores comunes á los tres números son 2 y 3 ; por consiguiente el máximo comun divisor de 36, 12 y 30 es $2 \times 3 = 6$.

De la misma manera podrá determinarse el máximo comun divisor de los números 18 y 36 ; 12, 24 y 60 ; 15, 50 y 40 ; 18 y 144 ; 50, 100 y 80 ; 56, 84 y 140, etc.

46. REGLA GENERAL.—*Para hallar el máximo comun divisor de dos números, se divide el mayor por el menor ; si no queda residuo, el menor será el máximo comun divisor ; pero si queda residuo, se divide el divisor anterior por este residuo ; si la division es exacta, este primer residuo ó divisor será el máximo comun divisor ; pero si no es exac-*

¿Qué es máximo comun divisor de dos ó más números ?—¿Cómo se halla fácilmente el máximo comun divisor de números no muy crecidos? —¿Cuál es la regla general para hallar el máximo comun divisor?

ta, se divide el primer residuo por el segundo; y así se continúa, dividiendo siempre el divisor anterior por el residuo, hasta obtener un cuociente exacto. El último divisor será el máximo comun divisor. Si por último divisor resultare la unidad, los dos números dados serán primos entre sí (36)*; se dice entónces que son inconmensurables.*

Cuando los números cuyo máximo comun divisor se busca sean más de dos, se hallará primero el máximo entre dos; despues entre este máximo y el tercero, y así sucesivamente. El último divisor comun que se halle, será el máximo comun divisor de los números dados.

Ejemplo.—Hallar el máximo comun divisor de 270 y 48. La operacion se dispone así:

	5	1	1	1	2
270	48	30	18	12	6
30	18	12	6	0	

Hemos dividido el número mayor 270 por el menor 48, y se ha obtenido 5 por cuociente y 30 de residuo; por consiguiente, 48 no es el máximo comun divisor. Hemos dividido despues, 48 por el residuo 30 y se ha obtenido por cuociente 1 y 18 de residuo. Continuando las divisiones, conforme á la regla, hemos dicho: 30 entre 18, á 1 y sobran 12; 18 entre 12 á 1 y sobran 6; 12 entre 6, á 2 y no sobra nada. Así, vemos que 6 es el máximo comun divisor de 270 y 48.

EJERCICIOS.

1º Hallar el máximo comun divisor de 3328 y 4592.
2º Hallar el m. c. d. de 2205 y 4501.
3º Hallar el m. c. d. de 620 y 2116.
4º Hallar el m. c. d. de 5270 y 5952.
5º Hallar el m. c. d. de 4617, 7695 y 6642.
6º Hallar el m. c. d. de 714, 318, 4512 y 204.

Problemas.

7º Un agricultor tiene 315 fanegas de maíz, y 810 fanegas de trigo; desea enviar al mercado el maíz y el trigo separadamente, en el menor número de cargas iguales: ¿cuántas fanegas debe poner por carga, y cuántas cargas debe hacer de cada clase de granos?

Respuesta.—Número de fanegas por carga 45; cargas de maíz 7; cargas de trigo 18.

8º Un terreno contiene 15750 varas cuadradas y otro 21725 varas cuadradas. Dividiendo el total de varas cuadradas en lotes de igual extension, conteniendo cada uno el máximo número de varas que pueda dar una division exacta, ¿cuántas varas cuadradas deberá contener cada lote, y cuántos lotes resultan de cada terreno?

Respuesta.—Varas cuadradas de cada lote 25; lotes del primer terreno 630; lotes del segundo 869.

9º Un hacendado posee 231 fanegas de cebada, 369 fanegas de avena y 393 fanegas de trigo; todo lo cual desea ponerlo en el más pequeño número de sacos de igual capacidad, sin mezclar los granos: ¿cuántas fanegas deberá contener cada saco, y cuántos sacos resultan de cada clase?

Respuesta.—Número de fanegas por saco 3; sacos de cebada 77; sacos de avena 123; sacos de trigo 131.

10º Tres personas A, B y C, convienen en comprar una parte cada una de 63 vacas al mismo precio por cabeza, estipulando que cada persona invertirá en las cabezas que le toquen, todo su dinero. A, posee 286 pesos; B, 462 pesos; y C, 638 pesos: ¿cuánto pagarán por cabeza, y cuántas vacas tocan á cada uno?

Respuesta.—22 pesos por cabeza; 13 vacas á A; 21 vacas á B; 29 vacas á C. (Davies.)

FRACCIONES COMUNES.

LECCION XI.

Definiciones.—Teoremas.

47. Si se supone una cosa cualquiera ó una unidad dividida en dos partes iguales, cada una de estas partes se llama *una mitad ó un medio;* si se divide en tres partes iguales, cada una se llama *una tercera parte ó un tercio;* si en cuatro partes iguales, cada una se llama *una cuarta parte ó un cuarto.* De la misma manera : *un quinto, un sexto, un séptimo, un octavo, un noveno, un décimo, un veintavo, un treintavo.... un centavo*, etc., son cada una de las partes respectivas de la unidad dividida en 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30,.... 100, etc., partes iguales.

48. Una *fraccion ó quebrado* es una ó más partes de la unidad dividida en un número cualquiera de partes iguales.

49. Un quebrado se escribe con dos números, uno encima de otro, separados por una línea horizontal. El de arriba se llama *numerador* é indica el número de partes que se han tomado de la unidad : y el de abajo *denominador* é indica el número de partes en que se ha dividido la unidad. Al numerador y denominador juntos se les llama *términos del quebrado.*

Si, por ejemplo, escribimos $\frac{3}{4}$ de vara (tres cuartos), esta expresion indica que la unidad vara se ha dividido en 4 partes iguales (denominador), de las cuales se han tomado 3 (numerador).

LECCION XI.—*Cuestiones.*—¿Qué nombres se dan á las diferentes partes en que sucesivamente se divide una cosa cualquiera ó la unidad?—¿Qué es una fraccion ó quebrado comun?—¿Cómo se escribe un quebrado?—¿Qué es numerador y qué indica?

Un medio, se escribe.................... $\frac{1}{2}$

Un tercio.......................... $\frac{1}{3}$

Un cuarto.......................... $\frac{1}{4}$

Un quinto.......................... $\frac{1}{5}$

Un sexto........................... $\frac{1}{6}$

Un séptimo......................... $\frac{1}{7}$

Un octavo.......................... $\frac{1}{8}$

Un noveno.......................... $\frac{1}{9}$

Un décimo.......................... $\frac{1}{10}$

Tres quintos....................... $\frac{3}{5}$

Ocho treceavos..................... $\frac{8}{13}$

50. Todo quebrado cuyo numerador es menor que su denominador, es menor que la unidad y se llama *quebrado propio*, como : $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{4}$, etc.

51. Todo quebrado cuyo numerador es igual ó mayor que su denominador, es igual ó mayor que la unidad y se llama *quebrado impropio*, como : $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{2}$, etc.

52. Un quebrado es *simple* cuando denota partes de la unidad, y puede ser propio ó impropio, como : $\frac{1}{5}$, $\frac{5}{2}$.

53. Un quebrado es *compuesto* cuando denota partes de partes de la unidad, como : $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$.

54. Un quebrado es *mixto* (número mixto) cuando se compone de entero y quebrado, como : $3\frac{2}{5}$.

55. Un quebrado es *complejo*, cuando tiene una fraccion en alguno de sus términos ó en los dos, como :

$$\frac{2\frac{1}{4}}{8};\ \frac{5}{2\frac{3}{4}};\ \frac{3\frac{1}{2}}{\frac{2}{5}};\ \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{9}}.$$

¿ Qué es denominador y qué indica ?—¿ Cómo se llaman el numerador y denominador juntos ?— Escribid los quebrados medio, un tercio, un cuarto, un quinto, etc.

56. Los siguientes teoremas sirven de fundamento á las operaciones que se ejecutan con los quebrados.

1º *Si se multiplica ó divide el numerador de un quebrado por un número, siń alterar su denominador, el quebrado quedará multiplicado ó dividido por el número.* Así, si el numerador del quebrado $\frac{6}{7}$ se multiplica por 2, 3, 4, etc., los nuevos quebrados que resultan $\frac{12}{7}$, $\frac{18}{7}$, $\frac{24}{7}$ .... son 2, 3, 4, etc., veces mayores que $\frac{6}{7}$. Por el contrario, dividiendo al numerador por 2, 3.., los quebrados $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$.., son 2, 3.., veces menores que $\frac{6}{7}$.

2º *Si se multiplica ó divide el denominador de un quebrado por un número, sin alterar su numerador, el quebrado quedará dividido ó multiplicado por el número.* Así, si el denominador del quebrado $\frac{5}{12}$ se multiplica por 2, 3, 4, los nuevos quebrados $\frac{5}{24}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{5}{48}$., son 2, 3, 4, etc., veces menores que $\frac{5}{12}$. Por el contrario, dividiendo el denominador por 2, 3.., los quebrados $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{4}$.., son 2, 3.., veces mayores que $\frac{5}{12}$.

3º *Si los dos términos de un quebrado se multiplican ó dividen por un mismo número, el valor del quebrado no se altera.* Así, los quebrados $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, que se obtienen multiplicando sucesivamente los dos términos del quebrado $\frac{2}{3}$ por 2, 3, 4, son iguales al mismo $\frac{2}{3}$. De la misma manera, los quebrados $\frac{9}{18}$, $\frac{6}{12}$, que se obtienen dividiendo los dos términos del quebrado $\frac{18}{36}$ por 2, 3, son iguales á dicho quebrado.

Este teorema que es consecuencia de los dos primeros,

Si el numerador de un quebrado es igual á su denominador, ¿á qué es igual el quebrado?—Si el numerador de un quebrado es mayor que su denominador, ¿á qué es igual el quebrado?—Si el numerador de un quebrado es menor que su denominador ¿á qué es igual el quebrado?—¿Qué es quebrado propio y en qué se conoce?—¿Qué es quebrado impropio y en qué se conoce?—¿Qué es quebrado simple?—¿Qué es quebrado compuesto?—¿Qué es quebrado ó número mixto?—¿Qué es quebrado complejo?—¿Cuáles son los teoremas que sirven de fundamento á las operaciones que se ejecutan con los quebrados?

sirve de fundamento á la simplificacion de quebrados y á la reduccion de los mismos á un comun denominador.

57. Todo quebrado se considera como una division indicada ó como un cuociente. El numerador representa el dividendo, y el denominador el divisor. Por consiguiente, en toda division inexacta de enteros, se completará el cuociente añadiéndole un quebrado cuyo numerador sea el residuo y el denominador el divisor. Así, en el ejemplo del 3^{r}. caso de dividir enteros, obtuvimos, al dividir 899275 por 439, el cuociente entero 2048 y un residuo 203. Completaremos, pues, el cuociente de este modo : $2048\frac{203}{439}$.

De aquí se deduce, que un quebrado, tal como $\frac{3}{5}$ (tres quintos), puede leerse tambien, diciendo : 3 dividido by 5, ó 3 sobre 5. (Esta última locucion es muy usada.)

58. Con las fracciones comunes se ejecutan las mismas operaciones que con los números enteros. Además hay algunos procedimientos auxiliares, que se comprenden bajo la denominacion comun de *reduccion de fracciones.*

LECCION XII.

Reduccion de fracciones.

59. La reduccion de fracciones ó quebrados comunes comprende varios procedimientos, por medio de los cuales cambian de forma sin alterar de valor. He aquí estos procedimientos.

Simplificar quebrados.

60. *Simplificar* un quebrado es reducirlo á sus menores términos.

¿Cómo se completa el cuociente en una division inexacta de enteros ?—¿De qué otro modo, además del ordinario, puede leerse un quebrado ?—¿Qué operaciones se ejecutan con las fracciones ó quebrados comunes ?—¿Bajo qué denominacion comun se comprenden los procedimientos auxiliares ?

61. Regla.—*Para simplificar un quebrado obsérvese si sus dos términos son divisibles exactamente por 2, 3, 4, 5, etc., y háganse estas divisiones hasta llegar á dos números primos entre sí; pero si los términos son crecidos, hállese el máximo comun divisor de ámbos, y divídanse por él, con lo que el quebrado quedará reducido á su más simple expresion.*

Ejemplo.—Simplificar la fraccion $\frac{96}{180}$.

$$\frac{96}{180}=\frac{48}{90}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}.$$

Divido ámbos términos sucesivamente por 2, por 2, por 3, y obtengo así la fraccion simplificada $\frac{8}{15}$, cuyos términos son primos entre sí.

Otro ejemplo por el máximo.—Simplificar el quebrado $\frac{396}{528}$.

Aplicando á los dos términos del quebrado propuesto, el procedimiento del máximo comun divisor (46), se obtiene por máximo el número 132. Divido ahora el numerador por este número y obtengo 3 por cuociente, que será el numerador del quebrado simplificado. Divido igualmente el denominador por el mismo número y obtengo 4 por cuociente, que será el denominador del quebrado simplificado.

$$\text{Así, } \frac{396}{528}=\frac{3}{4}.$$

EJERCICIOS.

Simplificar los quebrados

$$\frac{192}{576};\ \frac{252}{364};\ \frac{96}{168};\ \frac{128}{288};\ \frac{1344}{1536};\ \frac{196}{882};\ \text{etc.}$$

¿Qué regla tiene U. para simplificar un quebrado?

Reducir un quebrado impropio á entero ó mixto.

(SACAR LOS ENTEROS DE UN QUEBRADO.)

62. REGLA.—*Divídase el numerador por el denominador y el cuociente entero ó mixto será el valor del quebrado.*

EJEMPLO.—Reducir á enteros la fraccion $\frac{24}{6}$.

Divido 24 por 6 y el cuociente 4 son los enteros.

Así, $\frac{24}{6} = 4$.

OTRO EJEMPLO.—Sacar los enteros del quebrado $\frac{318}{7}$.

Divido 318 por 7, y obtengo por cuociente entero 45 y una fracion $\frac{3}{7}$. Así, $\frac{318}{7} = 45\frac{3}{7}$.

EJERCICIOS.

Reducir á enteros ó mixtos los quebrados siguientes:

$\frac{12}{3}$; $\frac{15}{7}$; $\frac{749}{17}$; $\frac{318}{25}$; $\frac{649}{316}$; $\frac{2171}{318}$; $\frac{518}{6}$; $\frac{968}{318}$; $\frac{511}{23}$; $\frac{104}{12}$.

Reducir un número entero á quebrado de una denominacion dada.

63. REGLA.—*Multiplíquese el número entero por el que exprese la denominacion, y al producto póngase por denominador el mismo de la denominacion.*

EXJEMPLO.—Redúzcase 8 á cuartos.

Multiplico 8 por 4, y al producto 32 le pongo por denominador el mismo 4. Así, $8 = \frac{32}{4}$.

¿Qué regla tiene U. para reducir un quebrado impropio á entero ó mixto?—¿Qué regla tiene U. para reducir un número entero á quebrado de una denominacion dada?

EJERCICIOS.

1º Redúzcase el número			15	á octavos.
2º	"	" "	32	á quintos.
3º	"	" "	4	á séptimos.
4º	"	" "	124	á dieziochavos.
5º	"	" "	311	á veintavos.
6º	"	" "	1711	á quinceavos.
7º	"	" "	3118	á medios.
8º	"	" "	510	á catorceavos.
9º	"	" "	315	á centavos.
10º	"	" "	983	á cuarenticincoavos.

Reducir un número mixto á quebrado impropio.

64. REGLA.—*Multiplíquese el entero por el denominador del quebrado que le acompaña; al producto añádase el numerador de dicho quebrado, y á esta suma póngasele por denominador el mismo del quebrado.*

EJEMPLO.—Redúzcase á quebrado impropio el número mixto $24\frac{3}{5}$.

Multiplico el entero 24 por 5, denominador del quebrado; al producto 120 le agrego el numerador 3, y á la suma 123 le pongo por denominador el mismo 5. Así, $24\frac{3}{5} = \frac{123}{5}$.

EJERCICIOS.

Reducir á quebrados impropios los números mixtos siguientes: $18\frac{12}{24}$; $13\frac{5}{6}$; $4\frac{3}{12}$; $20\frac{3}{5}$; $128\frac{12}{17}$; $512\frac{3}{16}$; $9601\frac{6}{7}$: $150\frac{13}{15}$; $901\frac{1}{25}$; $11\frac{12}{37}$.

Reducir un quebrado compuesto á simple.

(REDUCIR QUEBRADOS DE QUEBRADOS.)

65. REGLA.—*Multiplíquense los numeradores de los quebrados dados entre sí, y al producto póngasele por denominador el producto de los denominadores.*

¿Qué regla tiene U. para reducir un número mixto á quebrado impropio? —¿Qué regla tiene U. para reducir un quebrado compuesto á simple?

EJEMPLO.—Redúzcase á simple el quebrado compuesto $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$.

Multiplico 3 por 5 y al producto 15 le pongo por denominador 24, producto de los denominadores 4 y 6. Así $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6} = \frac{15}{24}$.

EJERCICIOS.

Redúzcanse á quebrados simples los siguientes quebrados compuestos: $\frac{2}{5}$ de $\frac{7}{8}$ de $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{8}$ de $\frac{3}{7}$ de $4\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$ de $42\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de $\frac{17}{29}$ de $\frac{1}{3}$; $4\frac{3}{4}$ de $7\frac{1}{3}$; $9\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6}$.

Reducir quebrados á un comun denominador.

66. *Reducir quebrados á un comun denominador* es trasformarlos en otros equivalentes, que tengan un mismo denominador.

67. REGLA GENERAL.—*Multiplíquense los dos términos de cada quebrado por el producto de los denominadores de los otros quebrados, y así quedarán bajo una misma denominacion.*

EJEMPLO.—Redúzcanse á un comun denominador los quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{8}$.

Comenzando por el primer quebrado, multiplico sus dos términos por 32, producto de los denominadores 4 y 8 de los otros dos quebrados, y obtengo $\frac{64}{96}$; en seguida multiplico los dos términos de $\frac{3}{4}$ por 24, producto de los denominadores 3 y 8, y obtengo $\frac{72}{96}$; por último, multiplico los dos términos de $\frac{7}{8}$ por 12; producto de los denominadores 3 y 4 y obtengo $\frac{84}{96}$. Luego: $\frac{64}{96}$, $\frac{72}{96}$, $\frac{84}{96}$ son los quebrados reducidos á un comun denominador.

68. Cuando los denominadores de los quebrados dados

¿Qué es reducir quebrados á un comun denominador?—¿Qué regla general tiene U. para reducir quebrados á un comun denominador?—Cuando los denominadores de los quebrados tienen factores comunes, ¿qué regla sigue U. para reducirlos á un denominador?

tienen factores comunes, se pueden reducir á un comun denominador en términos poco crecidos, práctica que simplifica mucho los cálculos. Hé aquí el procedimiento.

69. REGLA.—*Hállese el mínimo múltiplo comun* (39, 40) *de todos los denominadores de los quebrados propuestos, y éste será el denominador comun.*

Divídase este denominador sucesivamente por cada uno de los denominadores de los quebrados, y los cuocientes multiplíquense por los numeradores respectivos. Estos productos serán los numeradores de las nuevas fracciones.

EJEMPLO.—Reducir á un comun denominador por el mínimo múltiplo comun, los quebrados

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{3}{18}.$$

Descompuestos los denominadores en sus factores primos, se obtiene por mínimo múltiplo comun el número 36, que será el denominador comun. Dividiendo este número sucesivamente por los denominadores de los quebrados, se obtienen los cuocientes 9, 6, 3, 2, los cuales multiplicados por los numeradores 3, 5, 7, 3, dan los productos 27, 30, 21, 6, que son los numeradores de los nuevos quebrados. De esta manera resultan los quebrados

$$\frac{27}{36}, \frac{30}{36}, \frac{21}{36}, \frac{6}{36}.$$

EJERCICIOS.

Redúzcanse á un comun denominador por el mínimo múltiplo comun los quebrados siguientes: $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{9}{60}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$; $\frac{8}{15}$, $\frac{6}{40}$, $\frac{7}{18}$; $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{21}$, $\frac{4}{120}$; $\frac{5}{28}$, $\frac{17}{60}$, $\frac{4}{21}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{5}{65}$.

LECCION XIII.

Suma ó adicion de quebrados.

70. REGLA.—*Si los quebrados que se van á sumar tienen un mismo denominador, se suman los numeradores y á la suma se le pone por denominador el mismo denominador. El resultado será la suma.*

Si los quebrados no tienen un mismo denominador, se reducen á él (67, 69), *y en seguida se opera como en el caso anterior.*

Cuando los quebrados que se han de sumar son compuestos, se reducen ántes á simples (65) *; y si son números mixtos se reducen primero á quebrados impropios* (64).

En todo caso, simplifíquese el resultado y sáquense los enteros, si los hay.

1.r EJEMPLO.—Sumar los quebrados $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{5}$.

Como tienen un mismo denominador, será :

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}.$$

2.º EJEMPLO.—Sumar los quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, y $\frac{5}{12}$.

Reduciendo estos quebrados á un comun denominador por el método del menor dividendo comun, se convierten en $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{12}$, Así :

$$\frac{8}{12}+\frac{9}{12}+\frac{5}{12}=\frac{22}{12}=1\frac{5}{6}.$$

3.r EJEMPLO.—Súmense los quebrados compuestos $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$.

Reduciendo estos quebrados á simples, se trasforman en

LECCION XIII.—*Cuestiones.*—¿Qué regla tiene U. para sumar quebrados?

$\frac{3}{24}, \frac{10}{18}, \frac{6}{20}$. Y reducidos á un comun denominador, se obtiene: $\frac{270}{360} + \frac{200}{360} + \frac{108}{360} = \frac{578}{360} = 1\frac{109}{180}$.

4º EJEMPLO.—Sumar los números mixtos $4\frac{2}{3}$, $3\frac{2}{5}$, $5\frac{1}{2}$.

Reduciendo los enteros á la especie de los quebrados, y dándoles un comun denominador, resulta:

$$\frac{14}{13} + \frac{17}{5} + \frac{11}{2} = \frac{140}{130} + \frac{442}{130} + \frac{715}{130} = \frac{1297}{130} = 9\frac{127}{130}.$$

NOTA.—La suma de los números mixtos puede tambien verificarse, sumando primero los quebrados y despues los enteros, teniendo cuidado de agregar á éstos los enteros que pueda dar la suma de los quebrados.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuánto suman $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{5}$?

2º ¿Cuánto suman $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{7}$ y $\frac{1}{2}$?

3º ¿Cuánto suman $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$?

4º ¿Cuánto suman $\frac{5}{18}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{2}{9}$ y $\frac{3}{8}$?

5º Sumar los quebrados compuestos $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{6}$ de $\frac{7}{8}$.

6º Sumar los mixtos $5\frac{3}{4}$, $7\frac{1}{8}$ y $9\frac{2}{3}$.

7º Sumar $58\frac{3}{8}$, $109\frac{1}{6}$, $208\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{7}$.

8º Sumar $117\frac{2}{3}$, $408\frac{1}{5}$, 600 y $3\frac{1}{2}$.

LECCION XIV.

Resta ó sustraccion de quebrados.

71. Regla.—*Si los quebrados que se van á restar tienen un mismo denominador, se resta el numerador del sustraendo del numerador del minuendo, y á la diferencia se le pone por denominador el mismo denominador. El resultado será la resta.*

Si los quebrados no tienen un mismo denominador, se reducen á él y en seguida se opera como en el caso anterior.

Los quebrados compuestos se reducen á simples y los mixtos á quebrados impropios.

1.^r Ejemplo.—Restar $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{5}$.

Como los quebrados tienen un mismo denominador, será:

$$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}.$$

2.º Ejemplo.—Hallar la diferencia entre $\frac{5}{6}$ y $\frac{2}{3}$.

Reducidos estos quebrados á un comun denominador, se convierten en $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{6}$, de donde, $\frac{5}{6}-\frac{4}{6}=\frac{1}{6}$.

3.^r Ejemplo.—Hallar la diferencia entre $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{6}$.

Reduciendo los quebrados á simples, y despues á un comun denominador, se obtiene :

$$\frac{2}{6}-\frac{1}{30}=\frac{10}{30}-\frac{1}{30}=\frac{9}{30}.$$

4.º Ejemplo.—De $20\frac{3}{4}$ restar $7\frac{1}{2}$.

LECCION XIV.—*Cuestiones.*—¿Qué regla tiene U. para restar quebrados?—Explicar con vista de los ejemplos 4º, 5º, 6º, lo que debe hacerse cuando se presenten casos de restar números mixtos, y cuando el minuendo sea entero.

Reduciendo los enteros á la especie de los quebrados, y dándoles un mismo denominador, resulta :

$$\frac{83}{4}-\frac{15}{2}=\frac{83}{4}-\frac{30}{4}=\frac{53}{4}=13\tfrac{1}{4}.$$

NOTA.—La sustraccion de los números mixtos puede hacerse tambien, restando primero los quebrados y despues los enteros. Así, el ejemplo anterior se podrá disponer del modo siguiente :

Min...............	$20\tfrac{3}{4} = 20\tfrac{3}{4}$
Sus...............	$7\tfrac{1}{2} = 7\tfrac{2}{4}$
Resta..................	$13\tfrac{1}{4}$

5º EJEMPLO.—De $28\frac{2}{5}$ sustraer $16\frac{5}{8}$.

Se dispondrá la operacion del modo siguiente :

Min.......	$28\frac{2}{5} = 28\frac{16}{40} = 27\frac{56}{40}$
Sus.......	$16\frac{5}{8} = 16\frac{25}{40} = 16\frac{25}{40}$
Resta..................	$11\frac{31}{40}$

En este cálculo se observará que, una vez reducidos los quebrados á un comun denominador, de $\frac{16}{40}$ no se puede restar $\frac{25}{40}$. Para efectuar la resta, ha sido necesario tomar una unidad del entero 28, y reducirla á la especie del quebrado $\frac{16}{40}$, quedando en consecuencia el 28 en 27.

6º EJEMPLO.—Hallar la diferencia entre 29 y $\frac{3}{5}$. Aquí,

tomaré una unidad del entero 29, que vale $\frac{5}{5}$ y entónces ejecuto la operacion como se vé en seguida:

Min..............	29	$=28\frac{5}{5}$
Sus..............	$\frac{3}{5}$	$=\ \frac{3}{5}$
Resta..................		$28\frac{2}{5}$

(Estas operaciones se ejecutan mentalmente con la práctica.)

EJERCICIOS.

1º ¿Qué diferencia hay entre $\frac{12}{13}$ y $\frac{4}{12}$?

2º ¿Qué diferencia hay entre $\frac{7}{25}$ y $\frac{1}{7}$?

3º ¿Qué diferencia hay entre $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{9}$ y $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$?

4º ¿Cuál es la diferencia entre $\frac{1}{6}$ de $\frac{3}{7}$ y $\frac{3}{8}$ de $\frac{4}{5}$?

5º ¿Cuál es la diferencia entre $12\frac{1}{3}$ y $8\frac{1}{7}$?

6º Hallar la diferencia entre $9\frac{6}{7}$ y $4\frac{2}{5}$.

7º Hallar la diferencia entre $3\frac{4}{5}$ y $2\frac{3}{4}$.

8º ¿Cuánto le falta á $\frac{4}{6}$ para componer 25?

9º ¿Cuánto le falta á $4\frac{5}{8}$ para componer 48?

10º De 29 restar $6\frac{1}{4}$.

LECCION XV.

Multiplicacion de quebrados.

72. En la multiplicacion de quebrados ocurren tres casos: multiplicar un quebrado por un entero; un entero por un quebrado; y un quebrado por otro quebrado.

73. *CASO* 1º—Regla.—*Multiplíquese el numerador del quebrado por el entero, y al producto póngasele por denominador el del quebrado. El resultado será el producto.*

Ejemplo.—Multiplicar $\frac{5}{6}$ por 12.

Será: $\frac{5}{6} \times 12 = \frac{5 \times 12}{6} = \frac{60}{6} = 10.$

74. *CASO* 2º—Regla.—*Multiplíquese el entero por el numerador del quebrado, y al producto póngasele por denominador el del quebrado. El resultado será el producto.*

Ejemplo.—Multiplicar 6 por $\frac{7}{8}$.

Será: $6 \times \frac{7}{8} = \frac{6 \times 7}{8} = \frac{42}{8} = 5\frac{1}{4}.$

74. *CASO* 3º—Regla.—*Para multiplicar un quebrado por otro ú otros quebrados, se multiplican los numeradores entre sí, y al producto se le pone por denominador el producto de los denominadores. El resultado será el producto buscado.*

Ejemplo.—Multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$.

Será: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}.$

LECCION XV.—*Cuestiones.*—¿Cuántos casos ocurren en la multiplicacion de quebrados y cuáles son?—¿Qué regla tiene U. para multiplicar un quebrado por un entero?—¿Qué regla tiene U. para multiplicar un entero por un quebrado?—¿Qué regla tiene U. para multiplicar un quebrado por otro ú otros quebrados?

NOTA.—Los mixtos se reducirán ántes á quebrados impropios.

EJEMPLO.—Multiplicar $2\frac{3}{5}$ por $7\frac{1}{2}$.

Dispóngase la operacion del modo siguiente :

$$2\frac{3}{5} \times 7\frac{1}{2} = \frac{13}{5} \times \frac{15}{2} = \frac{13 \times 15}{5 \times 2} = \frac{195}{10} = 19\tfrac{1}{2}.$$

OBSERVACION.—El 1º y 2º caso quedan reducidos al 3º, cuando á los enteros se pone por denominador la unidad.

$$\text{Así: } \frac{2}{7} \times 9 = \frac{2}{7} \times \frac{9}{1} = \frac{2 \times 9}{7 \times 1} = 2\frac{4}{7}.$$

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es el producto de $\frac{3}{4}$ por 7?

2º ¿Cuál es el producto de $\frac{3}{5}$ por 312?

3º ¿Cuál es el producto de $\frac{27}{13}$ por 525?

4º Multiplicar 7 por $\frac{3}{8}$.

5º Multiplicar 92 por $\frac{105}{361}$.

6º Multiplicar 108 por $\frac{7}{15}$.

7º Multiplicar $\frac{3}{8}$ por $\frac{7}{15}$.

8º Multiplicar $\frac{102}{419}$ por $\frac{17}{101}$.

9º Multiplicar $8\frac{1}{2}$ por $7\frac{3}{5}$.

¿Qué se hace cuando los números que se van á multiplicar son mixtos? —¿Cómo se reducen el 1º y 2º caso de multiplicar quebrados al 3º?

10º ¿Cuál es el producto de $\frac{7}{8}$ por $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{2}$?

11º ¿Cuál es el producto de $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$ por $7\frac{3}{4}$?

12º ¿Cuál es el producto de $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{3}$ por $\frac{7}{11}$ por $\frac{15}{29}$?

LECCION XVI.

Division de quebrados.

76. En la division de quebrados ocurren tres casos: dividir un quebrado por un entero; un entero por un quebrado; y un quebrado por otro quebrado.

77. *CASO* 1º—*Multiplíquese el denominador del quebrado por el entero, y al producto póngasele por numerador el del quebrado. El resultado será el cuociente.*

EJEMPLO.—Dividir $\frac{7}{8}$ por 25.

$$\text{Será}: \frac{7}{8} \div 25 = \frac{7}{8 \times 25} = \frac{7}{200}.$$

78. *CASO* 2º—REGLA.—*Multiplíquese el entero por el denominador del quebrado, y al producto póngasele por denominador el numerador del quebrado. El resultado será el cuociente.*

EJEMPLO.—Dividir 9 por $\frac{3}{7}$.

$$\text{Será}: 9 \div \frac{3}{7} = \frac{9 \times 7}{3} = \frac{63}{3} = 21.$$

79. *CASO* 3º—REGLA.—*Para dividir un quebrado por otro, multiplíquese el numerador del dividendo por el*

LECCION XVI.—*Cuestiones.*—¿Cuántos casos ocurren en la division de quebrados y cuáles son?—¿Qué regla tiene U. para dividir un quebrado por un entero?—¿Qué regla tiene U. para dividir un entero por un quebrado?—¿Qué regla tiene U. para dividir un quebrado por otro?

denominador del divisor, y póngase el producto por numerador del cuociente. En seguida, multiplíquese el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y póngase el producto por denominador del cuociente.

EJEMPLO.—Dividir $\frac{2}{5}$ por $\frac{3}{4}$.

$$\text{Será}: \frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}.$$

NOTA.—Los mixtos se reducirán ántes á quebrados impropios.

EJEMPLO.—Dividir $18\frac{3}{4}$ por $7\frac{2}{3}$.

Dispóngase la operacion del modo siguiente:

$$18\frac{3}{4} \div 7\frac{2}{3} = \frac{75}{4} \div \frac{23}{3} = \frac{75 \times 3}{4 \times 23} = \frac{225}{92} = 2\frac{41}{92}.$$

OBSERVACION.—El 1º y 2º caso quedan reducidos al 3º cuando á los enteros se pone por denominador la unidad. Y en esta forma, todos los casos de la division de quebrados pudieran reducirse á una multiplicacion de quebrados, con sólo invertir los términos del divisor.

$$\text{Así}: \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}.$$

EJERCICIOS.

1º Dividir $\frac{3}{8}$ por 25.
2º Dividir $\frac{7}{23}$ por 312.
3º Dividir $\frac{111}{312}$ por 415.
4º Dividir 28 por $\frac{3}{8}$.
5º Dividir 19 por $\frac{3}{4}$.
6º Dividir 318 por $\frac{7}{8}$.

¿Qué se hace cuando los números que se van á dividir son mixtos?—¿Cómo se reducen el 1º y 2º caso de dividir quebrados al 3º?

7º ¿Cuál es el cuociente de dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{7}{21}$?

8º ¿Cuál es el cuociente de dividir $\frac{16}{25}$ por $\frac{7}{8}$?

9º Dividir $27\frac{7}{8}$ por $5\frac{2}{3}$.

10º Dividir $28\frac{11}{12}$ por $5\frac{3}{8}$.

11º Dividir $15\frac{5}{6}$ por 7.

12º Dividir 318 por $9\frac{1}{6}$.

Problemas diversos de quebrados.

1º Un mercader vende $7\frac{3}{5}$ yardas de paño á un sastre; $13\frac{1}{3}$ yardas á otro; y $23\frac{5}{8}$ yardas á otro. ¿Cuántas yardas ha vendido por todo?

2º Un hacendado vende las manzanas de su cosecha por $17\frac{1}{3}$ pesos; los duraznos por $42\frac{5}{8}$ pesos; y las peras por $9\frac{7}{12}$ pesos. ¿Cuántos pesos ha recibido por todo?

3º Un hombre compra un caballo por $85\frac{2}{3}$ pesos; un carruaje por $120\frac{1}{2}$ pesos; y los harneses por $32\frac{3}{8}$. ? Cuánto le cuesta todo?

4º Un buque ha andado el primer dia $120\frac{1}{2}$ millas; el segundo dia $132\frac{3}{4}$ millas; y el tercero $98\frac{7}{8}$ millas. ¿Cuánto ha caminado en los tres dias?

5º Un mercader vende á una persona $23\frac{1}{2}$ yardas de paño por $54\frac{1}{4}$ pesos; y á otro $11\frac{5}{8}$ yardas por $20\frac{5}{11}$ pesos. ¿Cuántas yardas ha vendido y cuántos pesos ha recibido?

6º Un dependiente gana $102\frac{1}{2}$ pesos por mes, y gasta $48\frac{2}{3}$ pesos. ¿Cuánto le qneda al mes?

7º Un comerciante compra una pieza de paño de $32\frac{1}{7}$ yardas, y de ella vende $9\frac{1}{5}$ yardas. ¿Cuántas yardas le quedan?

8º Un tendero compra $346\frac{2}{3}$ libras de azúcar, y vende $120\frac{1}{6}$ libras. ¿Cuántas libras le queden?

9º Un agricultor cosecha $240\frac{3}{4}$ fanegas de maíz, y vende á una persona $52\frac{1}{3}$ fanegas, y á otra $24\frac{1}{6}$ fanegas. ¿Cuántas fanegas le quedan?

10º Un especiero compra $28\frac{1}{3}$ libras de anis, y vende $10\frac{3}{4}$ libras. ¿Cuántas libras le quedan?

11º Si una fanega de trigo cuesta $4\frac{2}{3}$ pesos, ¿cuánto costarán $312\frac{1}{4}$ fanegas?

12º Si un buque camina $110\frac{1}{3}$ millas por dia, ¿cuánto caminará en $7\frac{5}{8}$ dias?

13º ¿Cuánto cuestan $43\frac{1}{7}$ toneladas de carbon, siendo la tonelada á $6\frac{3}{8}$ pesos?

14º ¿Cuánto cuestan $89\frac{2}{3}$ libras de añil á $5\frac{1}{2}$ reales la libra?

15º ¿Cuánto cuestan $24\frac{1}{4}$ barriles de harina, á 8 pesos el barril?

16º ¿Cuánto cuestan $24\frac{2}{3}$ botellas de aguardiente, á 3 reales botella?

17º Un comerciante vende $20\frac{2}{3}$ metros de género á $3\frac{1}{4}$ reales metro, ¿cuántos reales ha recibido?

18º ¿Cuánto cuestan $208\frac{1}{2}$ fanegas de maíz á $2\frac{3}{4}$ pesos fanega?

19º Si un tercio de tabaco vale $3\frac{1}{2}$ pesos, ¿cuánto valdrán 208 tercios?

20º La vara de un género vale $3\frac{1}{2}$ pesos, ¿cuántas varas podrán comprarse con $25\frac{3}{4}$ pesos?

21º Una tonelada de hierro cuesta $38\frac{2}{3}$ pesos, ¿cuántas toneladas podrán comprarse con 200 pesos?

22º Si un hombre camina $72\frac{1}{5}$ millas en $8\frac{3}{4}$ dias, ¿cuántas millas camina por dia?

23º Una persona paga $47\frac{1}{8}$ pesos por $14\frac{2}{3}$ metros de cierta tela, ¿cuánto ha pagado por metro?

24º Valiendo un acre de tierra $17\frac{1}{4}$ pesos, ¿cuántos acres podrán comprarse con $523\frac{1}{4}$ pesos?

25º Un agricultor vende 150 quintales de café por $2897\frac{1}{2}$ pesos, ¿á cómo ha vendido el quintal?

26º Valiendo la tonelada de carbon $7\frac{1}{8}$ pesos, ¿cuántas toneladas podrán comprarse con $52\frac{3}{8}$ pesos?

27º 25 kilógramos de una sal cuestan $48\frac{3}{4}$ pesos, ¿á cómo cuesta el kilógramo?

FRACCIONES DECIMALES.

LECCION XVII.

Numeracion.

80. Se da el nombre de *fraccion decimal* á una ó más partes de la unidad dividida en diez, cien, mil ó más partes subdécuplas de sí misma.

81. Estas divisiones sucesivas de la unidad toman nombres diferentes. Así: una unidad se considera dividida en diez partes iguales, que se llaman *décimas;* cada décima en diez partes iguales que se llaman *centésimas;* cada centésima en diez partes iguales, que se llaman *milésimas*, y así de seguida.

Por consiguiente, una décima ó la unidad subdécupla de primer órden, es la décima parte de la unidad primitiva; una centésima ó la unidad subdécupla de segundo órden, es la centésima parte de la unidad primitiva ó la décima de la décima; una milésima ó la unidad subdécupla de tercer órden, es la milésima parte de la unidad primitiva, la centésima de la décima, ó la décima de la centésima, etc.

82. Como la numeracion de las fracciones decimales sigue los mismos principios que la de enteros (9 y 10), se sigue: que las décimas deben colocarse á la derecha de las unidades simples; las centésimas á la derecha de las décimas; las milésimas á la derecha de las centésimas; y así sucesivamente, unas despues de otras, las *diez milésimas*,

LECCION XVII.—*Cuestiones.*—¿A qué se da el nombre de fraccion decimal?—¿Qué nombre toman las divisiones subdécuplas sucesivas de la unidad?—¿Qué es una décima, una centésima, una milésima, etc., respecto de la unidad primitiva?—¿Qué lugar deben ocupar los diferentes órdenes de unidades subdécuplas?

cien milésimas, millonésimas, diez millonésimas, cien millonésimas, mil millonésimas, billonésimas, etc.

Ahora bien, para distinguir los enteros de los decimales se pone entre las unidades y las décimas una coma ó un punto (coma ó punto decimal). Así: 12,9765 ó 12·9765 expresa 12 enteros, 9 décimas, 7 centésimas, 6 milésimas y 5 diez milésimas.

Lectura de los decimales.

83. REGLA.—*Para leer una fraccion decimal se enuncia como si fuese un número entero, añadiendo al fin la denominacion de la última subdivision decimal. Si hubiere enteros y decimales, se enuncian primero los enteros y despues los decimales.*

1º EJEMPLO.—El decimal 0,428 se lee: cuatrocientos veintiocho milésimas.

2º EJEMPLO.—28,875 se lee: veintiocho enteros y ochocientos setenta y cinco milésimas.

EJERCICIOS.

Léanse los decimales siguientes:

1º 4,512	6º 0,028	11º 7,304298
2º 20,7041	7º 1,014	12º 16,7120492
3º 0,8197	8º 12,7614	13º 0,0003901
4º 0,0009	9º 8,0413	14º 0,11197653
5º 12,0407	10º 0,1142	15º 42,123785432

Escritura de los decimales.

84. REGLA.—*Para escribir un número decimal, se escriben primero los enteros ó un cero si no los hay; y en seguida*

¿Cómo se distinguen los enteros de los decimales?—Qué regla tiene U. para leer decimales?—¿Qué regla tiene U. para escribir decimales?

de la coma se ponen las décimas, centésimas, milésimas, etc., *en sus lugares correspondientes, teniendo cuidado de llenar con ceros los órdenes decimales que se pasen en silencio.*

1.er EJEMPLO.—Setenta enteros, y nueve mil ochocientas catorce diez milésimas, se escribe así: 70,9814.

2.º EJEMPLO.—Ciento vientiocho diez milésimas se escribe así: 0,0128.

EJERCICIOS.

Escríbanse los decimales siguientes:

1.º Treinta y cinco enteros y veintisiete milésimas.
2.º Diez y ocho diez milésimas.
3.º Quince mil cuatro cienmilésimas.
4.º Dos enteros y dos centésimas.
5.º Setenta enteros y doscientas treinta y siete milésimas.
6.º Ochenta y tres mil doce diez milésimas.
7.º Trescientas cincuenta y ocho milésimas.
8.º Noventa y tres mil cuatrocientas setenta y cuatro cienmilésimas.
9.º Ciento veintitres y doce millonésimas.
10.º Ciento veintiun mil noventa y ocho millonésimas.
11.º Treinta mil noventa y ocho millonésimas.
12.º Cuatrocientos enteros y diez y ocho millonésimas.

Principios.

85. 1.º *Una fraccion decimal no cambia de valor aunque se escriban uno ó más ceros á su derecha.* Así, la fraccion decimal 0,418 es lo mismo que 0,4180 ó 0,41800, ó 0,418000, etc. En este principio se funda la reduccion de fracciones decimales á una misma denominacion. Así las fracciones 0,4; 0,25; 0,319, que expresan respectivamente décimas, centésimas, milésimas, quedan reducidas á una misma deno-

¿Qué le sucedc á una fraccion decimal si se le ponen uno ó más ceros á su derecha?

minacion, milésimas, agregando ceros, de este modo : 0,400 ; 0,250 ; 0,319.

2º *Para hacer un número decimal* 10, 100, 1000, etc. *veces mayor, basta correr la coma uno, dos, tres,* etc., *lugares hácia la derecha.* Así, el decimal 0,4697 se hará diez, cien, mil veces mayor, bajo las formas sucesivas siguientes : 4,697; 46,97 ; 469,7.

3º *Para hacer un número decimal* 10, 100, 1000, etc. *veces menor, basta correr la coma uno, dos, tres,* etc., *lugares hácia la izquierda.* Así : el decimal 384,6 se hará diez, cien, mil veces menor, bajo las formas sucesivas siguientes : 38,46 ; 3,846 ; 0,3846.

4º De todo lo dicho se infiere : *que las fracciones decimales son unos quebrados cuyo denominador tácito se concibe ser la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales hay en la fraccion.*

LECCION XVIII.

Adicion de decimales.

86. Regla.—*Para sumar decimales, se colocan los sumandos de modo que las comas formen columna. Entónces las décimas quedarán bajo las décimas, las centésimas bajo las centésimas,* etc. ; *y si hay enteros tambien se corresponderán las unidades de un mismo órden. En seguida se*

¿Cómo se reducen las fracciones decimales á una misma denominacion? —¿Qué se hace para hacer un decimal 10, 100, 1000, etc., veces mayor?— ¿Qué se hace para hacer un decimal 10, 100, 1000, etc., veces menor?— ¿Qué se infiere de lo dicho acerca del denominador de las fracciones decimales?—LECCION XVIII.—*Cuestiones.*—¿Qué se hace para sumar decimales?

suman como si fuesen enteros, poniendo en el resultado la coma decimal en la misma columna que ocupa en los sumandos.

EJEMPLO.—Sumar los números decimales 25,3 ; 32,28 ; 0,312 ; 212,416.

Colocando los sumandos como se vé en seguida, se obtiene por suma 270,308.

```
 25,3
 32,28
  0,312
212,416
-------
270,308
```

EJERCICIOS.

1º ¿Cuánto suman 98,312 + 14,302 + 0,5089?
2º ¿Cuánto suman 120,1042 + 318,714 + 25,4019?
3º ¿Cuánto suman 0,1070 + 10,1232 + 9,887 + 0,4?
4º ¿Cuánto suman 1,9612 + 4,1212 + 2,25?
5º ¿Cuánto suman 3,2101 + 1,043 + 182,14356?
6º Sumar 722,1 + 32,88 + 18,9467.
7º Sumar 918 + 3,4167 + 2,992 + 7,40271.
8º Sumar 932,401 + 7,87142 + 1,32102 + 4,9.

Sustraccion de decimales.

87. REGLA.—*Para restar decimales, se reducen primero á una denominacion comun* (85, 1º), *y en seguida se restan como si fuesen enteros, poniendo la coma en su lugar correspondiente.*

1ᵉʳ EJEMPLO.—Sustraer el número decimal 28,37261 de 312,43135.

¿Qué se hace para restar decimales?

Como en este caso los decimales tienen una misma denominacion, se procederá desde luégo á la sustraccion, así:

```
312,43135
 28,37261
---------
284,05874
```

2º Ejemplo.—Sustraer 25,49517 de 49,723.

En este caso agregaremos tres ceros al minuendo para reducirlo á la misma denominacion del sustraendo, y se hace la sustraccion como se ha dicho:

```
49,72300
25,49517
--------
24,22783
```

EJERCICIOS.

Háganse las sustracciones siguientes:

1º 15,402 — 0,418 ; 29,312 — 11,4.
2º 756,420 — 15,432 ; 8,3594 — 5,31029.
3º 22,34103 — 11,421 ; 7,42 — 6,412772.
4º 10,4213 — 0,98721 ; 472 — 12,1865.
5º 3,4719 — 1,98756 ; 2981 — 0,4132.
6º 3759,3 — 211,7523 ; 918,11879 — 415.

LECCION XIX.

Multiplicacion de decimales.

88. Regla.—*Para multiplicar números decimales se prescinde de las comas, y se multiplican como si fuesen enteros, separando en el producto, de derecha á izquierda,*

LECCION XIX.—*Cuestiones.*—¿Qué se hace para multiplicar decimales?

por medio de la coma, tantas cifras decimales cuantas haya en uno ó ámbos factores.

Si el producto no contuviere suficiente número de cifras para poder separar los decimales necesarios, se pondrán ceros hácia la izquierda hasta completarlos.

1.º EJEMPLO.—Multiplicar 8,24 por 7,15.

Prescindiendo de las comas, ejecutaremos la operacion como en enteros, separando en el producto cuatro cifras decimales por haber dos en cada factor.

```
   8,24
   7,15
   ----
   4120
   824
 5768
 -------
 58,9160
```

2.º EJEMPLO.—Multiplicar 0,024 por 0,018.

```
   0,024
   0,018
   -----
     192
     24
 --------
 0,000432
```

Aquí ha sido necesario agregar hácia la izquierda del producto 432, tres ceros, fuera del de los enteros, para completar número de cifras decimales de ámbos factores.

89. CONTRACCION.—Para multiplicar un número decimal por 10, 100, 1000, y en general, por la unidad seguida de ceros, se correrá la coma hácia la derecha tantos lugares como ceros tenga la undidad despues de sí, agregando ceros si no alcanzan las cifras decimales (85, 2.º).

¿Cómo se multiplica un decimal por 10, 100, 1000, y en general, por la unidad seguida de ceros?

EJEMPLO.—Multiplicar 0,34578, sucesivamente, por 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000.

Será:

0,34578 × 10 = 3,4578.
0,34578 × 100 = 34,578.
0,34578 × 1000 = 345,78.
0,34578 × 10000 = 3457,8.
0,34578 × 100000 = 34578 (enteros).
0,34578 × 1000000 = 345780 (enteros agregando un cero.)

EJERCICIOS.

Háganse las multiplicaciones siguientes:

1º 0,4 × 4,2; 12,421 × 0,933.
2º 248,32 × 52,25; 315,181 × 24,203.
3º 112,4321 × 29,0432; 9,003 × 10,005.
4º 309,4987 × 15,4321; 228 × 0,3214.
5º 9276 × 0,0032; 0,3121 × 1123.
6º 0,4327 × 10000; 4,009 × 100000.

LECCION XX.

Division de decimales.

90. REGLA GENERAL.—*Redúzcanse los dos términos de la division, sean sólo decimales ó mixtos, á una misma denominacion* (85, 1º). *Prescíndase entónces de las comas, y divídase como en enteros.*

Si uno de los términos de la division fuese entero, se le agregarán tantos ceros como sean necesarios para igualar al número de cifras decimales del otro término, procediéndose en seguida como en el caso anterior.

LECCION XX.—*Cuestiones.*—¿Qué se hace para dividir decimales?

1.° **Ejemplo.**—Dividir 4,312 por 0,24.

En este ejemplo el dividendo expresa milésimas y el divisor centésimas. Los reduciremos á un comun denominador, agregando un cero al divisor, y operaremos como en enteros, haciendo abstraccion de las comas. El cuociente, como se vé, es 17 enteros y una fraccion.

$$\begin{array}{r|l} 4312 & 240 \\ \hline 1912 & 17\,\frac{232}{240} \\ 232 & \end{array}$$

2.° **Ejemplo.**—Dividir 36 por 0·42.

Aquí agregaremos dos ceros al dividendo 36; haremos abstraccion de la coma del divisor y operaremos como ántes. El cuociente es 85 enteros y una fraccion.

$$\begin{array}{r|l} 3600 & 42 \\ \hline 240 & 85\,\frac{30}{42} \\ 30 & \end{array}$$

3.° **Ejemplo.**—Dividir 0,042 por 18.

Agregaremos tres ceros al divisor 18, y la operacion quedará reducida á dividir 42 por 18000; por consiguiente, el cuociente será la fraccion $\frac{42}{18000} = \frac{7}{3000}$.

4.° **Ejemplo.**—Dividir 0,26 por 0,34.

Prescindiendo de las comas, queda reducida la operacion á dividir 26 por 34. Por consiguiente el cuociente será la fraccion $\frac{26}{34} = \frac{13}{17}$.

91. **Contraccion.**—Para dividir un número decimal por 10, 100, 1000, y en general por la unidad seguida de ceros, se correrá la coma hácia la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad despues de sí, agregando ceros hácia la izquierda si no alcanzan las cifras decimales (85, 3.°).

¿Cómo se divide un decimal por 10, 100, 1000, y en general por la unidad seguida de ceros?

EJEMPLO.—Dividir 324,5 sucesivamente por 10, 100, 1000, 10000.

Será : 324,5 : 10 = 32,45 ; 324,5 : 100 = 3,245 ; 324,5 : 1000 = 0,3245 ; 324,5 : 10000 = 0,03245.

EJERCIOS.

Háganse las divisiones siguientes :

1º 4,3212 : 3,112 ; 28,024 : 2,5.
2º 14,82574 : 3,23142 ; 9,3402 : 0,2132.
3º 9,302 : 0,2132 ; 18,42012 : 7,2149.
4º 100,42 : 27,4213 ; 0,008 : 15,9.
5º 27,423 : 56 ; 1240 : 8,421.
6º 0,4213 : 28 ; 115,42 : 100.

---

*LECCION XXI.

Reduccion de quebrados comunes á decimales y recíprocamente.

92. *Para reducir una fraccion comun á decimal, se dividirá el numerador por el denominador. Si la fraccion es propia, se pondrá desde luégo cero al cuociente y la coma decimal, y en seguida se escribirá un cero á la derecha del numerador, dividiendo el número que resulte por el denominador ; el cuociente expresará décimas. Como puede quedar residuo, se le agregará otro cero, se hará la division y el cuociente expresará centésimas. Así se continúa la operacion hasta obtener el número de cifras decimales necesario ó que se desee. Si la fraccion es impropia, se sacarán*

LECCION XXI.—*Cuestiones.*—¿ Qué regla tiene U. para reducir una fraccion comun á decimal ?—¿ Qué es fraccion exacta ?—¿ Qué es fraccion periódica simple ?—¿ Qué es fraccion periódica mixta ?—¿ Qué quebrados dan lugar á fraccion decimal exacta ?

primero los enteros, y se operará con el resto como se ha dicho, colocando los decimales despues de los enteros, separados por la coma.

1.º Ejemplo.—Reducir la fraccion $\frac{7}{25}$ á fraccion decimal.

Como la fraccion es propia, no se puede dividir el numerador 7 por el denominador 25; por consiguiente se pondrá cero al cuociente y se agrega un cero al numerador. Hecha la division se obtienen 2 décimas de cuociente. Agregando al residuo 20 otro cero, se obtienen 8 centésimas de cuociente.

Así, $\frac{7}{25} = 0{,}28$, como se vé en seguida.

```
70   |25
200   0,28
  0
```

2.º Ejemplo.—Reducir la fraccion $\frac{1}{3}$ á decimal. Se obtiene: $\frac{1}{3} = 0{,}333$, etc.

```
10   |3
 10   0,333, etc.
  10
   1
```

3.º Ejemplo.—Reducir la fraccion $\frac{5}{12}$ á decimal. Se obtiene: $\frac{5}{12} = 0{\cdot}41666$, etc.

```
50      |12
 20      0,41666, etc.
  80
   80
    80
```

NOTA.—Cuando en la division de números decimales queda algun residuo, como sucedió en el primero y segundo ejemplo del número 90, en lugar de completar el cuociente con un quebrado comun, se aproximará en decimales.

Reproduzcamos el primer ejemplo.

4312	240
1912	17·966 (hasta milésimas).
2320	
1600	
1600	
160	

Aquí, en vez de poner despues de los 17 enteros el quebrado $\frac{232}{240}$, hemos reducido dicho quebrado á decimal, agregando ceros, conforme á la regla dada anteriormente (92).

93. Se observará que en el primer ejemplo del número anterior se ha obtenido un cuociente exacto de 0,28, sin dejar residuo. Á esta especie de fraccion decimal se la llama *fraccion exacta.*

En el segundo ejemplo la cifra 3 se reproduce cuantas veces se quiera, puesto que siempre nos queda un residuo de 1. Á esta fraccion se la llama *fraccion periódica simple.*

En el tercer ejemplo, despues de obtener la parte 41, el período 6 se reproduce cuantas veces se quiera, puesto que simpre queda 8 por residuo. Á esta última clase de fraccion se la llama *fraccion periódica mixta, ó en parte periódica y en parte nó.*

Da lugar á fraccion decimal exacta todo quebrado irreducible cuyo denominador descompuesto en sus factores simples sólo contiene á 2 ó á 5 ó á ámbos factores. Se obten-

¿Qué quebrados dan lugar á fraccion decimal periódica simple?—¿Qué quebrados dan lugar á fraccion decimal periódica mixta?—¿Cuántas cifras decimales se obtienen cuando el quebrado da lugar á fraccion exacta?—¿Cuál es el mayor número de cifras que puede tener el período?—¿Cuándo comienza el período en una fraccion periódica mixta?—¿Cómo se reduce una fraccion exacta á quebrado comun?—¿Cómo se reduce una fraccion periódica simple á quebrado comun?—¿Cómo se reduce una fraccion periódica mixta á quebrado comun?

drán tantas cifras decimales cuantas veces esté repetido uno de los factores 2 ó 5.

Así: $\frac{7}{40} = \frac{7}{2 \times 2 \times 2 \times 5} = 0{,}175$; donde se vé que la fraccion es exacta y que consta de tres cifras, por ser tres el mayor número de veces que está repetido el factor 2.

Da lugar á fraccion periódica simple todo quebrado irreducible cuyo denominador no contenga ni á 2 ni á 5. Y el mayor número de cifras de que puede constar el período, será *á lo más* igual al número de unidades del divisor disminuido en 1.

Así: $\frac{2}{3} = 0{,}6666\ldots$; y $\frac{6}{7} = 0{,}857142\ldots$

Da lugar á fraccion periódica mixta todo quebrado irreducible cuyo denominador contenga 2 ó 5 ó ámbos factores y á otros factores. Y el período comenzará despues de haber obtenido tantas cifras no periódicas cuantas veces esté más repetido uno de los factores, 2 ó 5, que entran en el denominador.

Así: $\frac{7}{15} = \frac{7}{5 \times 3} = 0{,}53333\ldots$

EJERCICIOS.

Redúzcanse á fracciones decimales, expresando la especie de fraccion que resulte, los quebrados siguientes:

1.º $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{11}{28}, \frac{13}{40}, \frac{250}{511}.$

2.º $\frac{128}{725}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5}, \frac{12}{27}, \frac{4}{9}, \frac{2}{8}.$

3.º $\frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{40}{37}, \frac{7}{16}, \frac{11}{518}, \frac{9}{16}.$

94. Recíprocamente: se puede reducir una fraccion decimal á quebrado comun por medio de las reglas siguientes.

95. Regla 1ª—*Para reducir una fraccion exacta á quebrado comun, póngase por numerador la fraccion y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales haya, y simplifíquese.*

Ejemplo.—Redúzcase la fraccion exacta 0, 16 á quebrado comun.

$$\text{Será}: \ 0{,}16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}.$$

96. Regla 2ª—*Para reducir una fraccion periódica simple á quebrado comun, póngase por numerador el período y por denominador tantos nueves como cifras decimales haya, y simplifíquese.*

Ejemplo.—Redúzcase la fraccion periódica 0,454545... á quebrado comun.

$$\text{Será}: \ 0{,}454545\ldots = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}.$$

97. Regla 3ª—*Para reducir una fraccion periódica mixta á quebrado comun, réstese de la parte no periódica seguida del período, la parte no periódica, y á la resta póngasele por denominador tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica.*

Ejemplo. — Redúzcase la fraccion periódica mixta 0,41666 . . . á quebrado comun.

$$\text{Será}: \ 0{,}41666\ldots = \frac{416-41}{900} = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}.$$

EJERCICIOS.

Redúzcanse á quebrado comun las fracciones siguientes:

1º 0,375 ; 0,04 ; 0,282828.

2º 0,0291666....; 0,8333....; 0,12555....

3º 0,333....; 0,13888....; 4,16816316....

4º 0,129312312....; 0,109727272....

5º 0,9999....

Este último ejemplo es notable, por ser la fraccion igual á la unidad; pues en efecto, segun la regla dada (96) se tiene: $0,9999\ldots = \frac{9}{9} = 1.$

MEDIDAS, PESOS Y MONEDAS.

LECCION XXII.

Sistema métrico.

98. Á la Francia corresponde la gloria de haber iniciado y establecido el sistema de medidas y pesos más ventajoso de cuantos se conocen.

Consiste este sistema, llamado *sistema métrico*, en un conjunto de medidas y pesos en relacion con el sistema decimal.

El sistema métrico, ya adoptado en casi todos los países civilizados, debiera adoptarse tambien en Centro-América. Vamos á exponerlo brevemente, teniendo presente que los múltiplos y submúltiplos de una unidad cualquiera de medida ó peso en este sistema, se indican por las siguientes palabras tomadas del griego y del latin, las cuales se anteponen á la unidad respectiva.

Múltiplos.......	*Deca,*	que	significa	*diez.*
	Hecto,	"	"	*cien.*
	Kilo,	"	"	*mil.*
	Miria,	"	"	*diez mil.*
Submúltiplos....	*Deci,*	"	"	*décimo.*
	Centi,	"	"	*centésimo.*
	Mili,	"	"	*milésimo.*

LECCION XXII.—*Cuestiones.*—¿A qué país corresponde la gloria de haber iniciado y establecido el mejor sistema de medidas y pesos?—¿Cómo se llama este sistema y en qué consiste?—¿Debiera adoptarse el sistema métrico en Centro-América?—¿Con qué palabras se indican los múltiplos y submúltiplos de tal sistema?

Medidas de longitud.

99. La unidad de medida de longitud es el *metro*, que equivale á la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano que pasa por Paris, ó sea la diezmillonésima parte de la distancia que hay del polo al Ecuador.

Múltiplos..........	Miriámetro ó.......	10000 metros.
	Kilómetro ó.......	1000 metros.
	Hectómetro ó.......	100 metros.
	Decámetro ó.......	10 metros.
Unidad principal...	Metro.	
Submúltiplos.......	Decímetro ó.......	$\frac{1}{10}$ de metro.
	Centímetro ó.......	$\frac{1}{100}$ de metro.
	Milímetro ó.......	$\frac{1}{1000}$ de metro.

Los metros se fabrican de madera, metal ó marfil, conforme al patron ó modelo que se conserva en las oficinas públicas.

Cien metros equivalen á 118 varas castellanas, poco más ó ménos.

Medidas de superficie.

100. La unidad de superficie es el *metro cuadrado*, es decir un cuadrado que tiene por lado un metro.

Múltiplos	Miriámetro cuadrado ó cuadrado que tiene 10,-000 metros por lado...	100,000,000 metros cuadrados.
	Kilómetro cuadrado ó cuadrado que tiene 1,000 metros por lado..	1,000,000 metros cuadrados.

¿Cuál es la unidad de medidas de longitud y á qué equivale?—¿Cuáles son los múltiplos y submúltiplos del metro?—¿De qué materia se fabrican los metros?—¿Cuál es la unidad de medidas de superficie?—¿Cuáles son los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado?

Múltiplos	Hectómetro cuadrado ó cuadrado que tiene 100 metros por lado.......	10,000 metros cuadrados.
	Decámetro cuadrado ó cuadrado que tiene 10 metros por lado.......	100 metros cuadrados.
Unidad principal	Metro cuadrado.	
Submúltiplos	Decímetro cuadrado ó cuadrado que tiene 1 decímetro por lado....	$\frac{1}{100}$ de metro cuadrado.
	Centímetro cuadrado ó cuadrado que tiene 1 centímetro por lado...	$\frac{1}{10000}$ de metro cuadrado.
	Milímetro cuadrado ó cuadrado que tiene 1 milímetro por lado........	$\frac{1}{1000000}$ de metro cuadrado.

La unidad de superficies agrarias es el *área ó ara*, ó sea un decámetro cuadrado. Su múltiplo es la *hectárea ó hectara*, ó cien áreas. Su submúltiplo es la *centiárea ó centiara*, ó centésima parte del área.

Medidas de volúmen.

101. La unidad de volúmen es el *metro cúbico*, ó sea un cubo que tiene por cara un metro cuadrado. Los submúltiplos que se usan son : el decímetro cúbico, el centímetro cúbico y el milímetro cúbico.

Cuando el metro cúbico se usa para medir la leña y materiales de construccion, se llama *esterio*. Su múltiplo es el *decaesterio* ó diez esterios ; y su submúltiplo el *deciesterio*

¿Cuál es la unidad de superficies agrarias, y cuáles son sus múltiplos y submúltiplos ?—¿Cuál es la unidad de medidas de volúmen ?—¿Qué submúltiplos se usan ?—¿Cómo se llama el metro cúbico cuando se usa para medir la leña ó materiales de construccion ?

ó diez esterios; y su submúltiplo el *deciesterio* ó décima parte de un esterio.

El decímetro cúbico se llama *litro*, cuando se usa como medida de capacidad para los líquidos.

Múltiplos.........	Miriálitro ó..........	10000 litros.
	Kilólitro ó..........	1000 litros.
	Hectólitro ó..........	100 litros.
	Decálitro ó..........	10 litros.
Unidad principal..	Litro	
Submúltiplos......	Decílitro ó..........	$\frac{1}{10}$ de litro.
	Centílitro ó..........	$\frac{1}{100}$ de litro.
	Milílitro ó..........	$\frac{1}{1000}$ de litro.

La capacidad de un litro equivale á 80 pulgadas cúbicas.

Pesos.

102. La unidad de peso es el *gramo*, ó sea el peso de un centímetro cúbico de agua destilada á su máximum de densidad (4 grados sobre cero) y pesada en el vacío.

Múltiplos.........	Miriágramo ó.......	10000 gramos.
	Kilógramo ó.......	1000 gramos.
	Hectógramo ó.......	100 gramos.
	Decágramo ó.......	10 gramos.
Unidad príncipal..	Gramo.	
Submúltiplos......	Decígramo ó.......	$\frac{1}{10}$ de gramo.
	Centígramo ó.......	$\frac{1}{100}$ de gramo.
	Milígramo ó.......	$\frac{1}{1000}$ de gramo.

Un kilógramo equivale á 2 libras, más ó ménos.
Un gramo equivale á un poco ménos de 20 granos.

¿Cuál es su múltiplo?—¿Cuál su submúltiplo?—¿Qué es litro, y cuáles son sus múltiplos y submúltiplos?—¿Cómo se llama la unidad de peso y cuáles son sus múltiplos y submúltiplos?

Monedas.

103. La unidad monetaria es el *franco*, que pesa cinco gramos, y que contiene nueve partes de plata por una de metal extraño. La décima parte del franco se llama *décimo*; y la centésima parte del franco *céntimo*.

LECCION XXIII.

Medidas, pesos, etc., usados en Centro-América. Monedas de oro.

104. La onza de oro vale............	16 pesos.
La media onza.................	8 pesos.
El escudo de $\frac{1}{4}$	4 pesos.
El escudo de á 2...............	2 pesos.
El escudito....................	1 peso.
El medio escudito.............	4 reales.

Monedas de plata.

105. El peso fuerte vale.............	8 reales.
El real........................	4 cuartillos.
El cuartillo.....................	2 octavos.

Pesos.

106. El quintal vale	4 arrobas.
La arroba......................	25 libras.
La libra........................	16 onzas.
La onza........................	16 adarmes.
El adarme.....................	3 tomines.
El tomin.......................	12 granos.

¿Cuál es la unidad monetaria?—¿Qué es el décimo?—¿Qué es el céntimo?

LECCION XXIII.—*Cuestiones.*—¿Cuáles son las monedas de oro usadas en Centro-América?—¿Cuáles las de plata?—¿Cuáles los pesos?

Tambien se divide la libra en 2 marcos; cada marco tiene 8 onzas; la onza ocho ochavas; la ochava tres escrúpulos; el escrúpulo 24 granos.

Medidas de longitud.

107. La vara vale.................... 3 piés ó tercias.
El pié.......................... 12 pulgadas.
La pulgada .... 12 líneas.
La línea .... 12 puntos.

Medidas itinerarias.

108. El grado vale.................... 20 leguas.
La legua........................ 3 millas.
La milla $2222\frac{2}{3}$ varas.
Por consiguente, la legua vale $6666\frac{2}{3}$ varas.

Medidas de superficie ó agrarias.

(SALVADOR)

109. La caballería es un cuadrado que tiene por lado................ 16 cuerdas.
La cuerda tiene................ 50 varas.
La vara .... 836 milímetros.
(Decreto legislativo de 14 de Febrero de 1865.)

Tiempo.

110. El siglo tiene................ 100 años.
El año .... 12 meses.
El mes...................... 30 dias.
El dia .... 24 horas.
La hora..................... 60 minutos.
El minuto.................. 60 segundos.

NOTA.—Los meses, comenzando por Enero, son alternativamente de 31 y de 30 dias, excepto Julio y Agosto,

¿Cúales las medidas de longitud?—¿Cuáles las itinerarias?—¿Cuáles las de superficie ó agrarias?—¿Cómo se divide el tiempo?—¿Tienen el mismo número de dias todos los meses?

que son de 31 dias, y Febrero que tiene 28 dias, ménos cuando el año es bisiesto, pues entónces tiene 29 dias.

El año tiene exactamente 365 dias, 5 horas, 48 minutos y 51,6 segundos; pero comunmente se cuenta de 365 dias cabales; y las horas, minutos y segundos que se desprecian hacen un dia cada cuatro años, dia que se agrega al mes de Febrero, y entónces el año es de 366 dias. Á este año se le llama bisiesto. El año comercial se cuenta de 360 dias.

Medida de la circunferencia.

111. La circunferencia de un círculo se divide en 360 partes iguales llamadas *grados;* cada grado en 60 *minutos*, y cada minuto en 60 *segundos*.

En el sistema decimal, la circunferencia se considera dividida en 400 grados; cada grado en 100 minutos, y cada minuto en 60 segundos.

Los grados en todo caso se indican con un pequeño cero, los minutos con una rayita y los segundos con dos rayitas. Así $7^{\circ}\ 3'\ 15''$ quiere decir: siete grados, tres minutos, quince segundos.

¿Qué tiempo tiene exactamente un año?—¿Cuántos dias se cuentan comunmente en un año?—¿Qué es año bisiesto?—¿Cómo se divide la circunferencia de un círculo?—Cómo se indican los grados, minutos y segundos?

NÚMEROS DENOMINADOS.

LECCION XXIV.

Definiciones.—Reduccion.

112. Se da el nombre de *denominados* á los números concretos que expresan unidades de medidas, pesos, monedas ó tiempo. Los denominados se dividen en complejos é incomplejos.

Números complejos son los denominados que constan de unidades de diferentes especies, relativas á un mismo género, como : 2 libras, 4 onzas, 3 adarmes, denominados cuyas especies todas se refieren á un solo género de peso.

Números incomplejos son los denominados que constan de unidades de una misma especie, como : 6 varas.

Reduccion de un número complejo á quebrado.

113. REGLA.—*Para reducir un número complejo á quebrado de la unidad principal, se reduce todo el número á su especie ínfima, y al resultado se le pone por denominador una unidad de la especie principal superior reducida á la inferior.*

La reduccion de un número complejo á su especie ínfima no ofrece dificultad: para esto se multiplica la especie superior del complejo por el número de unidades que de esta especie contenga la inmediata inferior, agregando al producto las que de esta misma especie haya en el complejo Y así se continúa hasta llegar á la última especie dada.

LECCION XXIV.—*Cuestiones.*—¿Qué son números denominados?—¿En qué se dividen los denominados?—¿Qué son números complejos?—¿Qué son números incomplejos?—¿Qué regla tiene U. para reducir un número complejo á quebrado?—¿Qué regla tiene U. para reducir un quebrado á complejo?

EJEMPLO.—Propongámonos reducir á quebrado comun el complejo 6 años, 20 dias, 15 horas, 12 minutos. Hé aquí la operacion :

365	365
6	24
2190	1460
20	730
2210...dias.	8760
24	60
8840	525600. Un año reducido á minutos.
4420	
53040	
15	
53055... horas.	
60	
3183300	
12	

3183312 ... minutos $= \frac{3183312}{525600}$ de año.

Como el año tiene 365 dias, hemos multiplicado los 5 años por 365 y al producto 2190 le hemos agregado los 20 dias del complejo, con lo que han resultado 2210 dias. Este número de dias lo hemos multiplicado por 24, número de horas que tiene un dia, y al producto le hemos agregado las 15 horas, resultando 53055 horas. Por último, como la hora tiene 60 minutos, hemos multiplicado 53055 por 60, y al producto 3183312 le hemos puesto por denominador un año reducido á minutos ó sea 525600.

EJERCICIOS.

Redúzcanse los complejos siguientes :

1º 6 libras, 12 onzas, 3 ochavas á quebrado de libra.

2º 12 varas, 2 piés, 9 pulgadas á quebrado de vara.

3º 15 dias, 12 horas 13 minutos á quebrado de dia.

4º 12 pesos, 7 reales, 3 cuartillos á quebrado de peso.

5º 15 leguas, 2 millas, 82 varas á quebrado de milla.

6º 4£ (libras esterlinas), 3 chelines, 5 peniques á quebrado de £. (La libra esterlina, moneda inglesa, tiene 20 chelines y el chelin 12 peniques.)

7º 3 duros, 15 reales de vellon, 25 maravedises á quebrado de duro. (El duro, moneda española, tiene 20 reales de vellon y el real de vellon 24 maravedises.)

Reduccion de un número fraccionario á complejo.

("VALUAR QUEBRADOS" DE LOS AUTORES.)

114. REGLA.—*Divídase el numerador del quebrado por su denominador, y el cuociente indicará las unidades principales ó de especie superior.*

Multiplíquese el resto por un número igual al de las unidades inferiores contenidas en una unidad de la especie principal ó superior y divídase el producto por el mismo denominador; el cuociente indicará las unidades inferiores inmediatas. Opérese de la misma manera con los restos, si los hay, hasta concluir la operacion.

1r EJEMPLO.—Redúzcase á complejo la fraccion $\frac{411}{32}$ de peso. Hé aquí la operacion :

```
411 | 32
 91  12 pesos 6 reales 3 cuartillos.
 27
  8 reales.
----
216
 24
  4 cuartillos.
---
 96
  0
```

Hemos dividido el numerador 411 por el denominador 32

y se ha obtenido por cuociente 12 pesos, y un resto de 27. Como el peso tiene 8 reales, hemos multiplicado 8 por 27 y obtenido por cuociente, al dividir por el mismo denominador, 6 reales. Finalmente, como el real tiene 4 cuartillos, hemos multiplicado 4 por el residuo 24 y el producto lo hemos dividido por el denominador y obtenido por último cuociente 3 cuartillos. Así, $\frac{411}{32}$ de peso es igual á 12 pesos 6 reales 3 cuartillos.

2º Ejemplo.—Redúzcase á complejo el quebrado $\frac{3}{7}$ de arroba. Operacion :

```
25 libras,
 3
——
75 | 7
   |——————————————————————————
 5   10 libras 11 onzas 6 6/7 adarmes.
16 onzas.
——
80
10
 3
16 adarmes.
——
48
 6
```

Como la arroba tiene 25 libras, multiplico 25 por 3 y divido por 7 ; el cuociente es 10 libras. Como la libra tiene 16 onzas, multiplico el resto 5 por 16 y obtengo, al dividir, 11 onzas. Últimamente, multiplico el resto 3 por 16 adarmes que tiene la onza y me resultan, al dividir, $6\frac{6}{7}$ adarmes. Así, $\frac{3}{7}$ de arroba es igual á 10 libras 11 onzas $6\frac{6}{7}$ adarmes.

EJERCICIOS.

Redúzcanse á complejo las fracciones siguientes :

1º $\frac{318}{15}$ de libra ; $\frac{28}{111}$ de año.

2º $\frac{3}{5}$ de dia ; $\frac{224}{31}$ de legua.

3º $\frac{12}{315}$ de arroba ; $\frac{3}{5}$ de grado.

4º $\frac{3}{8}$ de peso fuerte ; $\frac{5}{9}$ de onza de oro.

LECCION XXV.

Adicion de los números complejos.

115. REGLA.—*Escríbanse los sumandos unos debajo de otros de modo que las unidades de una misma especie formen columna, y tírese una raya por debajo.*

Comiéncese á sumar por las especies inferiores, y si la suma no llega á una unidad de la especie inmediata superior, escríbase debajo de la columna de donde procede; pero si esta suma contiene una ó más unidades de la especie inmediata superior, agréguense á las de esta especie: y así se continúa hasta concluir.

EJEMPLO.—Sumar los números complejos siguientes :

20 vrs.	2 ps.	8 pul.
15	1	11
3	2	10
20	2	7
129	0	2
190	1	2

Hecha la suma de las unidades de la especie inferior, que aquí son las pulgadas, hemos obtenido 38 pulgadas ; pero en 38 pulgadas hay 2 pulgadas, que se escriben bajo la columna de las pulgadas, y 3 piés que se llevan para sumarlos con

LECCION XXV.—*Cuestiones.*—¿ Qué se hace para sumar complejos ?

los de la columna siguiente. La suma de los piés nos da 10, ó sea 1 pié, que escribimos en su lugar correspondiente, y 3 varas que se suman con las varas. Así, la suma es: 190 varas, 1 pié, 2 pulgadas.

EJERCICIOS.

Háganse las sumas siguientes:

1º			2º			
29º	12′	18″	28 vrs.	2 ps.	9 pul.	11 lín.
18	11	28	15	1	10	7
72	13	39	29	0	9	1

3º			4º		
12 @	9 ℔	7 onz.	15 d.	12 h.	16 m.
15	12	12	28	14	13½
412	18	0	11	20	50½
29	0	14	13	11	35¾
15	6	11	212	9	6

5º			6º		
28 £	19 che.	11 pen.	28 drac.	2 escrúp.	6 gr.
15	13	10	15	1	10
28	10	7	20	0	20
49	18	6	13	2	15
5	9	9	9	1	17

7º			8º			
12 $	7 rs.	2 c.	28 añ.	11 m.	15 d.	6⅔ h.
15	6	3	15	10	18	7
24	5	2	9	6	22	20⅜
139	7	1	18	7	15	19
25	3	1	3	6	12	15⅙
39	0	0	1	0	9	2

LECCION XXVI.

Sustraccion de los números complejos.

116. Regla.—*Escríbase el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las especies; tírese una raya por debajo, y hágase la sustraccion de las diferentes especies de unidades, comenzando por la inferior.*

Si algun número del minuendo fuere menor que su correspondiente en el sustraendo, se tomará una unidad de la especie inmediata superior, se reducirá á la menor de que se trate, con la cual se suma, y se ejecuta la resta; pero al hacer la sustraccion de la especie superior de donde se tomó la unidad, se la considerará con una unidad ménos.

Sustráigase

de	14 vars.	2 ps.	9 pul.	11 lín.
el número	11	1	10	10
	3	0	11	1

Comenzando por restar 10 líneas de 11 líneas, se obtiene por residuo 1 línea. Pasando á la especie siguiente, observamos que de 9 pulgadas no se pueden sustraer 10; entónces tomamos una unidad de la especie inmediata siguiente, ó sea 1 pié, que vale 12 pulgadas, y decimos: 12 y 9 son 21; de 21 á 10 van 11 pulgadas, que escribimos debajo de la raya. Los 2 piés del minuendo se han reducido á 1 pié; y de 1 á 1 no queda nada. Por último, de 14 varas á 11 van 3. Luego la resta es: 3 varas, 11 pulgadas, 1 línea.

EJERCICIOS.

	1º			2º		
De	28 ℔.	12 onz.	7 ad.	24 @	15 ℔	14¾ onz.
Sust.	18	11	9	11	20	15½

LECCION XXVI.—*Cuestiones.*—¿Qué se hace para sustraer complejos?

5

	3º			4º	
24 d.	14 h.	15 m.	28 ds.	17 rs.	11 mrs.
15	16	12	15	19	10
	5º			6º	
24°	12′	$14\frac{1}{4}''$	348 $	6 rs.	3 c.
19	25	$40\frac{1}{3}$	192	7	1
	7º			8º	
29 £	10 ch.	$3\frac{1}{2}$ p.	418 vrs.	1 p.	10 pul.
10	11	9	319	2	11

LECCION XXVII.

Multiplicacion de los números complejos.

117. Ocurren dos casos : 1º cuando ámbos factores son complejos : 2º cuando uno solo es complejo.

118. *CASO* 1º—REGLA.—*Redúzcanse ámbos factores á quebrados de la unidad principal á que se refiera la cuestion* (113). *En seguida multiplíquese un quebrado por otro y valúese el resultado* (114).

1r EJEMPLO.—¿ Cuánto valen 12 arrobas 6 libras y 4 onzas de café, valiendo 4 pesos 7 reales la arroba ?

El multiplicando, 4 pesos 7 reales, reducido á quebrado de peso, es igual á $\frac{39}{8}$; y el multiplicador, 12 arrobas 6 libras 4 onzas, es igual á $\frac{4900}{400}$ de arroba. Por consiguiente :

LECCION XXVII.—*Cuestiones.*—¿ Cuántos casos ocurren en la multicacion de los números complejos ?—¿ Qué se hace cuando ámbos factores son complejos ?

$$\frac{39}{8} \times \frac{4900}{400} = 59\,\$\ 5 \text{ rs. } 3 \text{ c.}$$

2º Ejemplo.—Costando el pié de una tela 5 pesos, 3 reales y 1 cuartillo, ¿cuánto costarán 29 varas 1 pié y 5 pulgadas?

El multiplicando, 5 pesos 3 reales 1 cuartillo, reducido á quebrado de peso, es igual á $\frac{173}{32}$; y el multiplicador, reducido á quebrado de pié, es igual á $\frac{1061}{12}$.

$$\text{Luego, } \frac{173}{32} \times \frac{1061}{12} = \frac{183553}{364} = 478\,\$\ 4\tfrac{1}{8} \text{ rs.}$$

119. *CASO* 2º—Regla.—*Cuando uno de los factores es complejo y el otro no lo es, se reducirá el complejo ó quebrado, y la operacion queda reducida á multiplicar un quebrado por un entero ó viceversa.*

1º Ejemplo.—Valiendo 12 pesos un quintal de café, ¿cuánto valdrán 9 quintales 2 arrobas y 6 libras?

Aquí el multiplicando, 12 pesos, es incomplejo y el multiplicador complejo. Reduciremos el complejo á quebrado de quintal y obtendremos $\frac{956}{100}$, y la operacion queda reducida á multiplicar un entero por un quebrado. Así:

$$12 \times \frac{956}{100} = \frac{11472}{100} = 114\,\$\ 5\frac{19}{25} \text{ rs.}$$

2º Ejemplo.—Multiplicar 9 varas 2 piés y 11 pulgadas por 8.

Reducido el complejo á quebrado, quedaria reducida la operacion á multiplicar un quebrado por un entero; pero esta cuestion y todas sus análogas se resuelven más fácilmente por el siguiente procedimiento:

¿Qué se hace cuando uno de los factores es complejo y el otro nó?

9 vrs.	2 piés	11 pul.
		8
79	2	4

Se escribe el multiplicando y debajo el multiplicador, como para multiplicar enteros, y diremos: 8 por 11 pulgadas son 88; en 88 pulgadas hay 4 pulgadas que se escriben debajo de las pulgadas, y 7 piés que se reservan para agregarlos al producto siguiente; 8 por 2 piés son 16 y 7 son 23 piés; en 23 piés hay 2 piés que se escriben en su lugar y 7 varas que se reservan para agregarlas al siguiente producto; 8 por 9 varas son 72 y 7 son 79 varas, que se escriben en su lugar. El producto es, pues, 79 varas 2 piés 4 pulgadas.

* Multiplicacion de los números complejos por el método de las partes alícuotas.

120. En todos los casos de multiplicar complejos, fuera de aquel en que el multiplicador es incomplejo ó abstracto de una sola cifra, los cálculos pueden simplificarse por el *método de las partes alícuotas.*

121. Consiste este método en descomponer los números que representan las diferentes especies del multiplicando, en partes alícuotas (38) ó divisores exactos de la unidad inmediatamente superior.

122. Para comprender la marcha que debe seguirse, resolveremos varias cuestiones, en todos los casos posibles.

¿En qué casos de multiplicacion de complejos pueden simplificarse los cálculos por el método de las partes alícuotas?—¿En qué consiste este método?—Poned ejemplos, é indicad prácticamente el procedimiento que debe seguirse.

1ª Multiplicar...........	183 varas 1 p. 11 pul.		
por.................	314		
	732 vrs.		
	183		
	549		
por 1 pié.............	104........	2 ps.	
por 6 pul.............	52........	1	
por 3 pul.............	26........	0.....	6 pul.
por 2 pul.............	17........	1.....	4
	57662........	1.....	10

Comenzaremos por multiplicar las 183 varas por 314, colocando los tres productos parciales en sus lugares correspondientes. Luego, pasaremos á multiplicar 1 pié por 314, y al efecto observaremos : que si tuviéramos que multiplicar 1 vara por 314, el producto seria evidentemente 314 varas ; pero como no vamos á multiplicar por 1 vara, sino por 1 pié, que es la tercera parte de una vara, tomaremos la tercera parte de 314, y obtendremos así el producto de 1 pié ; diremos, pues : tercera parte de 314 varas son 104 varas, y sobran 2 varas, que equivalen á 6 piés ; tercera parte de 6 piés son 2 piés. Así, el producto de 1 pié por 314 es 104 varas 2 piés.

Para formar el producto de las 11 pulgadas por 314, descompondremos las 11 pulgadas en 6 pulgadas + 3 pulgadas + 2 pulgadas, números que son partes alícuotas ó mitad, cuarta y sexta parte de un pié. Y como ya tenemos el producto de 1 pié, que es 104 varas 2 piés, nos bastará tomar la mitad, cuarta y sexta parte de este producto. Así, para obtener el producto de las 6 pulgadas, diremos : mitad de 104 son 52 varas, mitad de 2 piés es 1 pié. Para las 3 pulgadas, tomaremos la cuarta parte del mismo producto correspondiente á las 6 pulgadas, puesto que 3 es la mitad de 6, de este modo : mitad de 52 varas son 26 varas, mitad de 1 pié son 6 pulgadas. Para las 2 pulgadas, tomaremos la sexta parte del mismo producto de 1 pié, ó mejor la tercera parte

del correspondiente á 6 pulgadas, puesto que 2 es la tercera parte de 6, de este modo: tercera parte de 52 varas son 17 varas, y sobra 1 vara que vale 3 piés, que añadidos al 1 pié hacen 4 piés, cuya tercera parte es 1 pié y sobra 1 pié; éste, reducido á las 12 pulgadas de que consta, da por tercera parte 4 pulgadas.

Ahora, sumaremos todos estos productos parciales, y obtendremos por producto total 57662 varas 1 pié 10 pulgadas.

2ª Propongámonos resolver por este método el 1.º ejemplo del número 118.

¿Cuánto valen 12 arrobas 6 libras y 4 onzas de café, valiendo 4 pesos 7 reales la arroba?

Multiplicando....	4 $	7 rs.	
Multiplicador....	12 @	6 ℔	4 onz.
	48 $		
por 4 rs..........	6		
por 2 rs..........	3		
por 1 rl..........	1	4 rs.	
por 5 ℔.........	0	7	$3\frac{1}{5}$ c.
por 1 ℔.........	0	1	$2\frac{6}{25}$
por 4 onz........	0	0	$1\frac{14}{25}$
	59 $	5 rs.	3 c.

Multiplicaremos desde luégo 4 pesos por 12 arrobas, escribiendo el producto 48 pesos debajo de la raya. Para obtener el valor de las 12 arrobas por 7 reales, descompondremos este número en las partes alícuotas 4 rs. + 2 rs. + 1 rl., y razonaremos del modo siguiente: si cada arroba valiese 1 peso, es claro que las 12 arrobas valdrian 12 pesos; por consiguiente el producto de las 12 arrobas por 4 reales, que es la mitad de un peso, será la mitad de 12 arrobas ó sea 6 pesos; y por 2 reales la mitad del producto anterior,

puesto que 2 reales es la mitad de 4 reales, esto es, $\frac{6}{2} = 3$ pesos. El producto por 1 real, que es la mitad de 2 reales, será la mitad de 3 pesos, esto es, $\frac{3}{2} = 1$ peso 4 reales.

Pasaremos ahora á averiguar el producto de las 6 libras por 4 pesos 7 reales, y al efecto descompondremos las 6 libras en 5 ℔ + 1 ℔ ; pero 5 libras es la quinta parte de 1 arroba, y 1 libra la quinta parte de 5 libras ; luego, tomando la quinta parte de 4 pesos 7 reales, obtendremos el valor de las 5 libras ; y tomando la quinta parte del valor de las 5 libras, tendremos el de 1 libra ; así : quinta parte de 4 pesos 7 reales, ó de 39 reales, igual á 7 reales $3\frac{1}{5}$ c. ; quinta parte de 7 reales $3\frac{1}{5}$ c., igual á 1 real $2\frac{6}{25}$ c.

Por último, calcularemos el valor de las 4 onzas, diciendo : 4 onzas es la cuarta parte de 1 libra, y como el valor de 1 libra es 1 real $2\frac{6}{25}$ c., el de las 4 onzas será la cuarta parte de 1 real $2\frac{5}{25}$ c., esto es, $1\frac{14}{25}$ c.

Obtenidos así todos los productos parciales, no hay más que hacer la suma para obtener el producto total, que segun se vé es el mismo obtenido ántes.

3.ª Resolveremos áun el 1.º ejemplo del número 119.

Valiendo 12 pesos un quintal de café, ¿ cuánto valdrán 9 quintales 2 arrobas 6 libras ?

Multiplicando........	12 $	
Multiplicador	9 Q. 2 @ 6 ℔.	
	108 $	
por 2 @...............	6	
por 5 ℔...............	0	$4\frac{4}{5}$ rs.
por 1 ℔...............	0	$\frac{24}{25}$
	$ 114	$5\frac{19}{25}$ rs.

Los 9 quintales á 12 pesos valen 108 pesos ; y 2 arrobas, que es medio quintal, valdrán 6 pesos, puesto que el quintal es á 12 pesos.

En cuanto á las 6 libras, se descompondrán en 5 ℔ + 1 ℔ ; 5 libras es la quinta parte de 1 arroba, y como la arroba vale 3 pesos, puesto que 2 arrobas valen 6 pesos, la quinta parte de 3 pesos ó la quinta de 24 reales, será el valor de las 5 libras, esto es, $4\frac{4}{5}$ rs.; y la quinta de este último número será el valor de 1 libra, ó sea $\frac{24}{25}$.

Sumados los productos parciales, se obtiene el mismo producto que anteriormente.

NOTA.—El método de las partes alícuotas tiene, entre otras ventajas, la de ejercitar á los alumnos en el cálculo mental.

EJERCICIOS.

Háganse las siguientes multiplicaciones de complejos por los dos métodos : ordinario y de las partes alícuotas.

1º 29 d. 7. h. 14 m. × 125.

2º 125 vs. 2 ps. 4 pul. 3 lín. × 108.

3º Un tren de camino de hierro corre 21,75 kilómetros en 1 hora ; ¿ cuántos kilómetros correrá en 12 h. 18 m. 40 s. ? Respuesta : $267{,}76\frac{2}{3}$ kilómetros.

4º ¿ Cuánto costarán $39\frac{7}{20}$ varas de cierta obra, costando la vara 65 duros y 17 reales de vellon ? R. : 2591 ds. $3\frac{19}{20}$ rs. v.

5º Costando 20 $ la arroba de añil ; ¿ cuánto costarán 10 @ 15 ℔ 8 onz. ?

6º 2 ℔ 7 onz. 9 ad. de una sal, á 4 $ $3\frac{3}{4}$ rs. la onza, ¿ cuánto valdrán ?

LECCION XXVIII.

Division de los números complejos.

123. En la division de los números complejos ocurren dos casos principales: 1º cuando el divisor no es complejo: y 2º cuando es complejo.

124. *CASO* 1º—REGLA.—*Divídase cada una de las especies del dividendo por el divisor, comenzando por la especie superior, dando á cada cuociente la denominacion correspondiente.*

Cuando al dividir alguna especie quede algun residuo, se reduce éste á la siguiente y al resultado se le agregan las unidades que haya de esta última especie, y se continúa así hasta concluir.

EJEMPLO.—¿Cuánto cuesta la vara de cierta tela, costando 24 varas, 686 pesos 2 reales?

```
686 $ 2 rs.    | 24
206            --------------
 14             28 $ 4 rs. 3 c.
  0
---
114
 18
  4
---
 72
  0
```

Puesto que las 24 varas cuestan 686 pesos 2 reales, una vara deberá costar la veinticuatroava parte de 686 pesos 2 reales; por consiguiente dividiremos esta cantidad por 24.

LECCION XXVIII.—*Cuestiones.*—¿Cuántos casos ocurren en la division de los números complejos?—¿Cómo se hace la division cuando el divisor no es complejo?—¿Cómo, cuando el divisor es complejo?

Hecha la division de los 686 pesos, resultan 28 pesos al cuociente, y quedan 14 pesos ; estos 14 pesos los multiplicaremos por 8 reales, que tiene un peso, y al producto agregaremos los 2 reales del dividendo ; resultan 114 reales, que divididos por 24 dan de cuociente 4 reales ; sobran 18 reales, que reducidos á cuartillos, multiplicando por 4 cuartillos que tiene 1 real, dan 72 cuartillos ; dividiendo este número por 24, obtenemos por último 3 cuartillos al cuociente. Así, el valor de 1 vara es 28 pesos 4 reales 3 cuartillos.

NOTA.—Tambien pudo haberse resuelto el problema reduciendo el complejo á quebrado de la unidad principal y dividiendo en seguida un quebrado por un entero.

125. *CASO* 2º.—Regla.—*Cuando el divisor es complejo, se reducirá á quebrado de la unidad principal ; y como el dividendo puede ser incomplejo ó complejo (siendo complejo se reducirá á quebrado), la operacion quedará reducida á dividir un entero por un quebrado ó un quebrado por otro.*

1º Ejemplo.—117 varas 2 piés 4 pulgadas de un género cuestan 249 pesos ; ¿cuánto costará la vara? 249 $: 117 vrs. 2 ps. 4 pul. $= 249 : \frac{4240}{36} = 2$ \$ $3\frac{173}{265}$c.

Reducido el divisor á quebrado de pulgada, resulta $\frac{4240}{36}$; y dividiendo los 249 pesos por dicho quebrado, se obtiene por cuociente 2 \$ $3\frac{173}{265}$ c.

2º Ejemplo.—La vara de cierta tela cuesta 8 pesos 2 reales y 1 cuartillo, ¿qué cantidad de tela se podrá comprar con 312 pesos 6 reales y 3 cuartillos?

Reducidos ámbos términos á quebrado de peso, el dividendo se convierte en $\frac{10011}{32}$, y el divisor en $\frac{265}{32}$. Por consiguiente, la operacion se reduce á dividir $\frac{10011}{32}$ por $\frac{265}{32}$ ó 10011 por 265.

Operacion.

10011 | 265
2061 — 37 vrs. 2 ps. 3 pul. $11\frac{217}{265}$ lín.
206
por piés....... 3
618
88
por pulgadas... 12
176
88
1056
261
por líneas...... 12
522
261
3132
482
217

Resulta que se pueden comprar 37 varas 2 piés 3 pulgadas 11 líneas y un quebrado $\frac{217}{265}$ de línea.

EJERCICIOS.

1º Dividir 362 £ 13 ch. 7½ peniques por 36.
2º Dividir 498 $ 6 rs. 1 c. entre 211.
3º Dividir 712 millas 7 piés 11 pulgadas por 110.
4º Un dependiente gana por año 240 $ 5 rs. 3 cts., ¿ cuánto ganará por dia ?
5º Si un quintal de café vale 16 $ 7 rs., ¿ cuántos quintales se podrán comprar con 2312 $ 5 rs. ?
6º Si una arroba de azúcar cuesta 2 $ 3 rs. 2 cts., ¿ cuántas arrobas se podrán comprar con 298 $?

ELEVACION Á POTENCIAS Y EXTRACCION DE RAÍCES.

---

* LECCION XXIX.

Definiciones.—Potencias.

126. *Potencia* de un número es el producto que resulta de multiplicarlo por sí mismo una ó más veces.

La *primera potencia* de un número es el número mismo.

La *segunda potencia ó cuadrado* de un número es su producto por sí mismo una vez. Así: 16 es el cuadrado de 4, porque $4 \times 4 = 16$.

La *tercera potencia ó cubo* de un número es su producto por sí mismo dos veces. Así: 64 es el cubo de 4, porque $4 \times 4 \times 4 = 64$.

La *cuarta potencia ó bicuadrado* de un número es su producto por sí mismo tres veces, ó el producto del cuadrado por el cuadrado. Así: 256 es la cuarta potencia de 4, porque $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$.

El número que indica las veces que una cantidad debe multiplicarse por sí misma para formar una potencia, se llama *exponente de la potencia*. Éste se escribe un poco arriba y

LECCION XXIX.—*Cuestiones.*—¿Qué es potencia de un número?—¿Cuál es la primera potencia de un número?—¿Cuál es la segunda potencia ó cuadrado de un número?—¿Cuál es la tercera potencia ó cubo?—¿Cuál la cuarta ó bicuadrado?—¿Qué es exponente de una potencia y cómo se escribe?

á la derecha de la cantidad. Por ejemplo : 5^3 quiere decir 5 elevado al cubo.

127. *Raíz* de un número ó de una potencia es el número que multiplicado por sí mismo cierto número de veces produce la potencia. La raíz puede ser *cuadrada*, *cúbica*, etc., segun que haya de multiplicarse por sí misma una, dos, etc., veces para producir la potencia.

El signo $\sqrt{\ }$ se llama radical é indica la extraccion de una raíz. Por ejemplo : para indicar que se ha de extraer la raíz cuadrada de 25, se escribe $\sqrt{25}$: la raíz cúbica de 27, se escribe $\sqrt[3]{27}$. El pequeño número que se pone sobre el radical para indicar el grado de la raíz, se llama *índice radical*. La raíz cuadrada no lo necesita.

128.—REGLA.—*Para elevar un número á una potencia cualquiera, multiplíquese este número por sí mismo tantas veces, ménos una, cuantas unidades tenga el exponente de la potencia.*

EJEMPLO.—Elevar el número 15 al cubo.

Será : $15^3 = 15 \times 15 \times 15 = 3375$.

Aquí el 15 entra tres veces por factor, y se ha multiplicado dos veces por sí mismo, es decir, una ménos de lo que expresa el exponente 3.

Cuadrados y cubos de los números dígitos.

Raíces......	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cuadrados...	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubos.......	1	8	27	64	125	216	343	512	729

¿ Qué es raíz de un número ó de una potencia ?—¿ Qué es raíz cuadrada, cúbica, etc., de un número ?—¿ Qué se hace para elevar un número á una potencia cualquiera ?

EJERCICIOS.

Fórmense las siguientes potencias :

1º El cuadrado de	25	7º El cuadrado de	$4\frac{3}{4}$
2º El " "	39	8º El cubo de	18
3º El " "	216	9º El " "	416
4º El " "	1200	10º El " "	8,36
5º El " "	12,3	11º El " "	$\frac{2}{3}$
6º El " "	$\frac{4}{5}$	12º La 4ª potencia de	32

---

* LECCION XXX.

Teoremas relativos á la formacion del cuadrado y del cubo.

CUADRADO.

129. TEOREMA 1º—*El cuadrado de un número que se compone de dos partes consta de tres que son: el cuadrado de la primera parte, más el duplo de la primera multiplicado por la segunda, más el cuadrado de la segunda.*

EJEMPLO.—Sea el número 14 compuesto de las dos partes 8 y 6 : su cuadrado se compondrá de las tres partes siguientes.

$8^2 = 64$, cuadrado de la 1ª parte.
$2.8 \times 6 = 96$, duplo de la 1ª multiplicado por la 2ª parte.
$6^2 = 36$, cuadrado de la 2ª parte.

$196 =$ cuadrado de 14.

En efecto: $14^2 = 14 \times 14 = 196$.

COROLARIO.—Como todo número se puede considerar compuesto de decenas y unidades, su cuadrado contendrá: *el cuadrado de las decenas, más el duplo de las decenas*

multiplicado por las unidades, más el cuadrado de las unidades.

Ejemplo.—El cuadrado de 23 que consta de 20 decenas más 3 unidades, contiene las tres partes siguientes:

$20^2 = 400$, cuadrado de las decenas.
$2.20 \times 3 = 120$, duplo de las decenas multiplicado por las unidades.
$3^2 = 9$, cuadrado de las unidades.

$529 =$ cuadrado de 23.

En efecto, multiplicando 23 por 23, se obtiene el mismo resultado.

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array} = \text{cuadrado de } 23.$$

Se observará que al multiplicar 23 por 23 hemos formado en realidad las tres partes del cuadrado. Así: $3 \times 3 = 9$ es el cuadrado de las unidades; $3 \times 2 = 6$ y $2 \times 3 = 6$, son los dos productos de las decenas por las unidades; y $2 \times 2 = 4$ es el cuadrado de las decenas.

Se vé además: que el cuadrado de las decenas expresa centenas; que el doble producto de las decenas por las unidades expresa decenas, y que el cuadrado de las unidades contiene unidades.

Teorema 2º—*El cuadrado de la diferencia de dos números es igual al cuadrado del primero, ménos el duplo del primero multiplicado por el segundo, más el cuadrado del segundo.*

Ejemplo.—Sean los dos números 9 y 4 cuya diferencia es 5. El cuadrado de este número se compondrá con las tres partes siguientes:

$9^2 = 81$, cuadrado del 1.er número.
$2.9 \times 4 = 72$, duplo del 1.º multiplicado por el 2.º número.
$4^2 = 16$, cuadrado del 2.º número.

Si de la suma de los cuadrados $81 + 16 = 97$ se quita el doble producto 72, quedará 25, que en efecto es el cuadrado de 5.

TEOREMA 3.º—*La suma de dos números multiplicada por su diferencia es igual á la diferencia de los cuadrados de estos números.*

EJEMPLO.—Sean los dos números 8 y 6 cuya suma es 14 y su diferencia 2, será:

$8^2 = 64$
$6^2 = 36$
28 diferencia de los cuadrados de los dos números.

En efecto la suma 14 multiplicado por 2, que es la diferencia $= 28$.

CUBO.

TEOREMA 1.º—*El cubo de un número que se compone de dos partes consta de cuatro que son: el cubo de la primera parte, más el triplo del cuadrado de la primera multiplicado por la segunda, más el triplo de la primera multiplicado por el cuadrado de la segunda, más el cubo de la segunda.*

EJEMPLO.—Sea el número 12, compuesto de las dos partes 8 y 4, su cubo constará de las cuatro partes siguientes:

$8^3 = 512$, cubo de la 1.ª parte.
$3.8^2 \times 4 = 768$, triplo del cuadrado de la 1.ª multiplicado por la 2.ª parte.
$3.8 \times 4^2 = 384$, triplo de la 1.ª multiplicado por el cuadrado de la 2.ª
$4^3 = 64$, cubo de la 2.ª
1728, cubo de 12.

En efecto: $12^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728$.

Corolario.—Como todo número se puede considerar compuesto de decenas y unidades, su cubo contendrá: *el cubo de las decenas, más el triplo del cuadrado de las decenas multiplicado por las unidades, más el triplo de las decenas multiplicado por el cuadrado de las unidades, más el cubo de las unidades.*

Ejemplo.—El cubo de 25, que consta de 20 decenas más 4 unidades, contiene las cuatro partes siguientes:

$20^3 = 8000$, cubo de las decenas.
$3.20^2 \times 5 = 6000$, triplo del cuadrado de las decenas multiplicado por las unidades.
$3.20 \times 5^2 = 1500$, triplo de las decenas multiplicado por el cuadrado de las unidades.
$5^3 = 125$, cubo de las unidades.
15625, cubo de 25.

En efecto: $25^3 = 25 \times 25 \times 25 = 15625$.

Teorema 2º—*El cubo de la diferencia de dos números, es igual al cubo del primero, ménos el triplo del cuadrado del primero multiplicado por el segundo, más el triplo del primero multiplicado por el cuadrado del segundo, ménos el cubo del segundo.*

Ejemplo.—Sean los números 7 y 2, cuya diferencia es 5. El cubo de este número se compondrá con las cuatro partes siguientes:

$7^3 = 343$, cubo del 1.er número.
$3.7^2 \times 2 = 294$, triplo del cuadrado del 1º multiplicado por el 2º número.
$3.7 \times 2^2 = 84$, triplo del 1º por el cuadrado del 2º
$2^3 = 8$, cubo del 2º

Sumaremos el 1º con el 3.er número, ó $343 + 84 = 427$; y el 2º con el 4º, ó $294 + 8 = 302$; y restando de la 1.ª suma la 2.ª, resultará $427 - 302 = 125$, que es el cubo de la diferencia de los dos números 7 y 2.

En efecto: $(7 - 2)^3 = 5^3 = 125$.

* LECCION XXXI.

Extraccion de la raíz cuadrada de los enteros.

130. Regla.—*Para extraer la raíz cuadrada de un número entero, divídase este número en porciones de dos en dos cifras, comenzando por la derecha. Extráigase la raíz cuadrada del mayor cuadrado contenido en la última porcion hácia la izquierda y réstese de esta porcion. Al lado de la resta bájese la porcion siguiente, sepárese por un punto su última cifra hácia la derecha y divídase lo que queda á la izquierda por el duplo de la raíz hallada. El cuociente que se obtenga escríbase á la derecha de la raíz hallada y tambien á la derecha del duplo. Multiplíquese este cuociente por sí mismo y por el duplo, y el producto réstese de todo el número de donde procedió dicho cuociente. Sígase de la misma manera hasta que ya no haya porcion que bajar. En esta operacion, todo residuo debe ser menor que el duplo de la raíz hallada más la unidad. Cuando al fin de la operacion no queda residuo, se dice que la raíz es exacta.*

Ejemplo.—Propongámonos extraer la raíz cuadrada de 10588516.

10.58.85.16	3254 .... Raíz.
15.8	62
348.5	645
2601.6	6504
0	

Se escribe el número y á su derecha se tira una línea vertical para separarlo de la raíz y de los duplos. En seguida se divide en porciones de dos en dos cifras. Luégo, comenzando por la primera porcion 10, vemos que el mayor cua-

LECCION XXXI.—*Cuestiones.*—¿Qué regla tiene U. para extraer la raíz cuadrada de un número entero?

drado contenido en este número es 9, cuya raíz cuadrada es 3, que se escribe como primera cifra de la raíz. Restando 9 de 10 queda de residuo 1. Á la derecha de este residuo bajamos la porcion siguiente 58 y separamos la última cifra 8. Duplicamos la raíz hallada 3 y el resultado 6 lo escribimos debajo, frente á 158. Dividimos ahora 15 por 6 y escribimos el cuociente 2 á la derecha de la raíz y en el duplo despues del 6. Multiplicamos 2 por 62 y el producto lo restamos de 158, quedándonos por residuo 34. Á la derecha de 34 bajamos la porcion 85, separamos la última cifra, duplicamos la raíz 32 y dividimos por este duplo 64. Así obtenemos por cuociente el número 5, que multiplicado por sí mismo y por el duplo, da un producto que restado de 3485 deja de residuo 260. Bajando la última porcion y dividiendo por el duplo de 325 ó sea 650, obtenemos por última cifra de la raíz el número 4. Hecha la multiplicacion y resta no nos queda residuo. Así la raíz *exacta* de 10588516 es 3254, como es fácil comprobarlo, multiplicando este número una vez por sí mismo.

131. Advertencia.—Si al extraer la raíz cuadrada de un entero quedase residuo, se pondrá á la derecha de la raíz un quebrado cuyo numerador sea el residuo y el denominador el duplo de la raíz hallada más 1. Ó si se quiere, y es mejor, se aproxima la raíz en decimales, lo que se consigue agregando dos ceros por cada cifra decimal que se quiera obtener en la raíz. Por lo demas, la operacion se ejecuta conforme á la regla anterior, cuidando de separar, por medio de la coma, la parte entera, de la decimal.

Ejemplo.—Extraer la raíz cuadrada de 5 hasta centésimas.

5	2,23
10.0	42
160.0	443
271	

¿Cómo se aproxima una raíz cuadrada en decimales?

Desde luégo, hemos encontrado la parte entera de la raíz cuadrada de 5, que es 2. Á la derecha del residuo 10 hemos agregado dos ceros y obtenido 2 décimas en la raíz. De la misma manera, agregando al residuo 16 otros dos ceros, hemos sacado 3 centésimas. Continuando del mismo modo pudiéramos sacar más cifras decimales y aproximar la raíz hasta donde quisiéramos.

EJERCICIOS.

Extráigase la raíz cuadrada de los números siguientes:

1º 144.
2º 11664.
3º 97344.
4º 7632107 hasta décimas.
5º 3201423 hasta centésimas.
6º 6740 hasta milésimas.
7º .7 hasta milésimas.
8º 3 hasta diezmilésimas.
9º 34216 hasta centésimas.
10º 140001 hasta centésimas.

---

* LECCION XXXII.

Extraccion de la raíz cuadrada de los decimales y fracciones comunes.

132. REGLA.—*Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal, se procurará que el número de cifras decimales sea par, lo que se consigue agregando un cero en caso de ser impar. En seguida se procede á la operacion como en enteros.*

LECCION XXXII.—*Cuestiones.*—¿Cómo se extrae la raíz cuadrada de un número decimal?

Ejemplo.—Extraer la raíz cuadrada de 18,412.

18.41.20	4,29
24.1	82
7720	849
79	

Como el número de cifras decimales es impar, hemos agregado un cero. La raíz es 4,29. Pudieran sacarse más cifras decimales (131).

133. Regla.—*Para extraer la raíz cuadrada de una fraccion comun, se observará si el denominador es cuadrado perfecto. Si lo es, se extrae la raíz del numerador, exacta ó aproximada, y en seguida la del denominador. Si el denominador no es cuadrado perfecto, se multiplican los dos términos de la fraccion por su denominador ó por un número que convierta á éste en cuadrado perfecto, y luégo se opera como acaba de decirse.*

1.er Ejemplo.—Extraer la raíz cuadrada de $\frac{7}{64}$.

Aquí el denominador es cuadrado perfecto, por consiguiente:

$$\sqrt{\tfrac{7}{64}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{64}} = \frac{2,645}{8} = 0,33.$$

2.º Ejemplo.—Extraer la raíz cuadrada de $\frac{5}{6}$.

Aquí multiplicaremos los dos términos del quebrado por el denominador 6. Así:

$$\sqrt{\tfrac{5}{6}} = \frac{\sqrt{5 \times 6}}{\sqrt{6 \times 6}} = \frac{5,47}{6} = 0,91.$$

3.er Ejemplo.—Extraer la raíz cuadrada de $\frac{3}{8}$.

¿Cómo se extrae la raíz cuadrada de una fraccion comun?

Multiplicaremos los dos términos del quebrado por 2, con lo que el denominador se hace cuadrado perfecto. Así:

$$\sqrt{\tfrac{5}{8}} = \frac{\sqrt{3 \times 2}}{\sqrt{ \times 2}} = \frac{2{,}44}{4} = 0{,}61.$$

NOTA.—La extraccion de la raíz cuadrada de un número complejo se hace fácilmente, reduciéndolo ántes á quebrado comun.

EJERCICIOS.

Extraer la raíz cuadrada de los números siguientes:

1º 4,308.	5º $\frac{5}{144}$.
2º 244,16.	6º $\frac{7}{35}$.
3º 0,4213.	7º 2 @ 6 ℔ 5 onz.
4º 0,3101.	8º 1 año 14 d. 6 h.

---

* LECCION XXXIII.

Extraccion de la raíz cúbica de los enteros.

134. REGLA.—*Para extraer la raíz cúbica de un número entero, divídase este número en porciones de tres en tres cifras, comenzando por la derecha. Extráigase la raíz cúbica del mayor cubo contenido en la primera porcion hácia la izquierda y réstese este cubo de dicha primera porcion. Á la derecha del residuo bájese la primera cifra de*

¿Cómo la de un número complejo?

LECCION XXXIII.—*Cuestiones.*—¿Cómo se extrae la raíz cúbica de un número entero?—¿Cómo se extrae la raíz cúbica por aproximacion?

la porcion siguiente, y divídase el número que se obtenga por el triplo del cuadrado de la raíz hallada. El cuociente que resulte escríbase á la derecha de la raíz hallada. Fórmese el cubo de toda la raíz hallada y réstese de las dos primeras porciones de la izquierda. Á la derecha del residuo, si lo hubiere, bájese la primera cifra de la porcion siguiente, y procédase de la misma manera, tomando siempre por divisor el triplo del cuadrado de la raíz hallada, hasta que ya no haya cifra de porcion que bajar. Todo residuo debe ser siempre menor que el triplo del cuadrado de la raíz hallada más el triplo de la misma raíz más la unidad.

Ejemplo.—Extraer la raíz cúbica del número 15625.

15.625	25 . . Raíz.	25
7 6	12	25
0		125
		50
		625
		25
		3125
		1250
		15625

Se escribe el número y á su derecha se tira una raya vertical para separarlo de la raíz. En seguida se divide en porciones de tres en tres cifras, comenzando por la derecha. Luégo, vemos que el mayor cubo contenido en 15 es 8, cuya raíz cúbica es 2, que se escribe como primera cifra de la raíz. Restando 8 de 15 queda por residuo 7; á la derecha de este número bajamos la primera cifra 6 de la porcion siguiente.

El número 76 que resulta se divide por 12, que es el triplo del cuadrado de la raíz hallada; y despues de ensayar el número 6, cuyo cubo 17576 no se puede restar de 15625, ensayamos el 5. Pero el cubo de 25 es exactamente igual al número propuesto. Luego la raíz cúbica 15625 es exactamente 25.

135. ADVERTENCIA.—Cuando la raíz no es exacta se aproxima en decimales, agregando al residuo tantas porciones de tres ceros cada una, como cifras decimales se quieran sacar. Se opera como en enteros.

EJERCICIOS.

Extráigase la raíz cúbica de los siguientes números:

1º 729.
2º 185193.
3º 73421 hasta centésimas.
4º 610001 hasta centésimas.
5º 3242 hasta décimas.
6º 7324 hasta milésimas.
7º 6 hasta milésimas.
8º 13 hasta diezmilésimas.
9º 25 hasta milésimas.
10º 142 hasta centésimas.

---

* LECCION XXXIV.

Extraccion de la raíz cúbica de los decimales y de las fracciones comunes.

136. REGLA.—*Para extraer la raíz cúbica de un número decimal, se procurará que el número de cifras decimales sea tres ó un múltiplo de tres, lo que se consigue agregando ceros. En seguida se procede conforme á la regla general.*

EJEMPLO.—Extraer la raíz cúbica de 2,1321.

LECCION XXXIV.—*Cuestiones.*—¿Cómo se extrae la raíz cúbica de un número decimal?

2,132.100	1,28
11	3
1728	
4041	432
2097152	
34948	

Como el número de cifras decimales no es un múltiplo de tres, hemos agregado dos ceros. La raíz es 1,28.

137. Regla.—*Para extraer la raíz cúbica de una fraccion comun, se observará si el denominador es un cubo perfecto. Si lo es, se extrae la raíz cúbica del numerador, exacta ó aproximada, y en seguida la del denominador. Si no es un cubo perfecto, se multiplican los dos términos de la fraccion por el cuadrado de su denominador ó por un número que convierta á éste en cubo perfecto, y luégo se opera como se ha dicho.*

1.er Ejemplo.—Extraer la raíz cúbica de $\frac{3}{8}$.

$$\text{Será}: \sqrt[3]{\tfrac{3}{8}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1,4}{2} = 0,7.$$

2.º Ejemplo.—Extraer la raíz cúbica de $\frac{2}{5}$.

Multiplicando los dos términos del quebrado por 25, cuadrado del denominador, será:

$$\sqrt[3]{\tfrac{2}{5}} = \frac{\sqrt[3]{5 \times 25}}{\sqrt[3]{2 \times 25}} = 0,72.$$

138. NOTA.—La extraccion de la raíz cúbica de un número complejo se ejecuta reduciéndolo ántes á fraccion comun.

¿Cómo se extrae la raíz cúbica de una fraccion comun?—¿Cómo la de un complejo?

EJERCICIOS.

Extraer la raíz cúbica de los números siguientes:

1º 12,146.

2º 0,4210.

3º 9,410101.

4º 1214,3.

5º $\frac{17}{318}$.

6º $\frac{7}{141}$

7º $\frac{10}{19}$.

8º 17 vs. 1 p. 11 pul.

•

PARTE TERCERA.

ANÁLISIS DE LOS NUMEROS.

LECCION XXXV.

Razones y proporciones.

139. *Razon* en Matemáticas, es el resultado de la comparacion de dos cantidades homogéneas. Algunos dan el nombre de razon á las dos cantidades que se comparan, y el de *exponente de la razon* al resultado de la comparacion.

En una razon se da el nombre de *antecedente* al número que se enuncia ó escribe primero; y el de *consecuente* al segundo.

El antecedente y el consecuente juntos se denominan *términos de la razon*, primero y segundo.

La razon se divide en *razon aritmética ó por diferencia* y *razon geométrica ó por cuociente.*

La razon es aritmética, cuando al comparar los dos números se trata de averiguar su diferencia. Por ejemplo, si comparo 8 con 6 para averiguar su diferencia, habré formado una razon aritmética, en que 8 es el antecedente, 6 el conse-

LECCION XXXV.—*Cuestiones.*—¿ Qué es razon en Matemáticas ?—¿ Á qué se da tambien el nombre de razon y qué es exponente de la razon ?—¿ Qué es antecedente de una razon ?—¿ Qué es consecuente ?—¿ Qué son términos de la razon ?—¿ En qué se divide la razon ?—¿ Qué es razon aritmética ó por diferencia ?

cuente y la diferencia 2 el exponente de la razon ó la razon misma.

La razon es geométrica, cuando al comparar los dos números, se trata de averiguar cuántas veces el uno contiene al otro. Por ejemplo, si comparo 8 con 4 para averiguar el cuociente, habré formado una razon geométrica, en que 8 es el antecedente, 4 el consecuente y el cuociente 2 el exponente de la razon ó la razon misma.

Una razon aritmética se indica poniendo entre el antecedente y consecuente un punto, que se lee *es á*. Así, 8 · 6 se lee : ocho es á seis.

Una razon geométrica se indica poniendo entre el antecedente y consecuente dos puntos, que se leen *es á*. Así, 8 : 4 se lee : ocho es á 4.

140. *Proporcion* es la igualdad de dos razones de la misma especie. Hay proporciones aritméticas ó equidiferencias, y geométricas ó por cuociente.

Una proporcion aritmética se escribe colocando entre ámbas razones dos puntos que se leen *como:* por ejemplo, 5 . 3 : 6 . 4 se lee : 5 es á 3 como 6 es á 4 ; ó bien 5 . 3 = 6 . 4.

Una proporcion geométrica se escribe colocando entre ámbas razones cuatro puntos que se leen *como:* por ejemplo, 8 : 4 :: 6 : 3 se lee : 8 es á 4 como 6 es á 3 ; ó bien 8 : 4 = 6 : 3.

En toda proporcion se da el nombre de *términos* (1º, 2º, 3º y 4º), á los cuatro números que la forman. Al 1º y 4º se les llama *extremos*, y al 2º y 3º *medios*.

Cuando los medios de una proporcion son iguales, la proporcion se llama *continua*. Así, 7 . 5 : 5 . 3 es una proporcion aritmética continua y se escribe abreviadamente de

¿ Qué es razon geométrica ó por cuociente ?—¿ Cómo se indica y escribe una razon aritmética ?—¿ Cómo se indica y escribe una razon geométrica ?—¿ Qué es proporcion ?—¿ Cuántas clases de proporciones hay ?—¿ Cómo se escribe y lee una proporcion aritmética ?—¿ Cómo se escribe y lee una proporcion geométrica ?—¿ Qué son términos de una proporcion ?—¿ Cuáles son los extremos y cuáles los medios de una proporcion ?—¿ Qué es proporcion continua ?

este modo : $\div 7 . 5 . 3$. De la misma manera : $12 : 6 :: 6 : 3$ es una proporcion geométrica continua y se escribe abreviadamente así : $\div\div 12 : 6 : 3$.

141. La propiedad fundamental de toda proporcion aritmética, es que *la suma de los extremos es igual á la suma de los medios.* Así, en la proporcion $5 . 3 : 6 . 4$ se tiene : $5 + 4 = 3 + 6$ ó $9 = 9$.

Si la proporcion aritmética es continua, la suma de los dos extremos es igual al duplo del término medio. En la proporcion $\div 7 . 5 . 3$ será : $7 + 3 = 2 \times 5$ ó $10 = 10$.

142. La propiedad fundamental de toda proporcion geométrica, es que *el producto de los extremos es igual al producto de los medios.* Así, en la proporcion $8 : 4 :: 6 : 3$ se obtiene : $8 \times 3 = 4 \times 6$ ó $24 = 24$.

Si la proporcion es continua, el producto de los extremos es igual al cuadrado del término medio. En la proporcion $\div\div 12 : 6 : 3$ será : $12 \times 3 = 6^2$ ó $36 = 36$.

143. De la propiedad fundamental de la proporcion aritmética se deduce : 1º que un extremo cualquiera de la misma proporcion es igual á la suma de los medios ménos el otro extremo ; 2º que un medio cualquiera de la misma proporcion es igual á la suma de los extremos ménos el otro medio. Por ejemplo, de la proporcion $5 . 3 : 6 . 4$ resulta, en cuanto á los extremos : $4 = 3 + 6 - 5$ y $5 = 3 + 6 - 4$; y en cuanto á los medios : $3 = 5 + 4 - 6$ y $6 = 5 + 4 - 3$.

144. De la propiedad fundamental de la proporcion geométrica se deduce : 1º que un extremo cualquiera de la proporcion es igual al producto de los medios dividido por el otro extremo ; 2º que un medio cualquiera de la misma proporcion es igual al producto de los extremos dividido por el

¿ Cuál es la propiedad fundamental de la proporcion aritmética ?—Si la proporcion aritmética es continua, ¿ á qué es igual la suma de los extremos ? —¿ Cuál es la propiedad fundamental de la proporcion geométrica ?—Si la proporcion es continua, ¿ á qué es igual el producto de los extremos ?— ¿ Qué se deduce de la propiedad fundamental de la proporcion aritmética ?— ¿ Qué se deduce de la propiedad fundamental de la proporcion geométrica ?

otro medio. Por ejemplo, de la proporcion $8 : 4 :: 6 : 3$ resulta, en cuanto á los extremos : $3 = \frac{4 \times 6}{8}$ y $8 = \frac{4 \times 6}{3}$; y en cuanto á los medios : $4 = \frac{8 \times 3}{6}$ y $6 = \frac{8 \times 3}{4}$.

Si la proporcion es continua, un extremo cualquiera es igual al cuadrado del término medio dividido por el otro extremo ; y el medio es igual á la raíz cuadrada del producto de los extremos. Por ejemplo, de la proporcion ∺ 12 : 6 : 3 resulta, en cuanto á los extremos : $3 = \frac{6^2}{12}$ y $12 = \frac{6^2}{3}$; y en cuanto al medio : $6 = \sqrt{12 \times 3}$.

LECCION XXXVI.

Regla de tres simple.

145. La regla de *tres simple* tiene por objeto encontrar un cuarto número proporcional geométricamente á tres números dados.

146. En toda regla de tres simple se da el nombre de *supuesto* á la razon formada por dos términos conocidos ; y el de *pregunta* á la formada por el tercer término y el desconocido. En este ejemplo : 8 libras de añil cuestan 40 reales, ¿cuántos reales costarán 15 libras? 8 libras y 40 reales, que expresan una relacion conocida, es el supuesto ; y 15 libras y la cantidad de reales que se busca, es la pregunta.

147. El término del supuesto y el de la pregunta, que son de la misma especie, se llaman *datos ó causas ;* y se distinguen con los nombres de *primer dato ó causa del supuesto,* y de *segundo dato ó causa de la pregunta.*

LECCION XXXVI.—*Cuestiones.*—¿Cuál es el objeto de la regla de tres simple?—¿Qué es supuesto?—¿Qué es pregunta?—¿Qué son datos ó causas?

El segundo término del supuesto y el segundo de la pregunta, es decir, la incógnita, se llaman *resultados ó efectos ; primero* el del supuesto, y *segundo* el de la pregunta.

En el ejemplo anterior, 8 libras es el dato del supuesto ó primer dato, y 15 libras el segundo dato ó de la pregunta ; 40 reales es el primer resultado ó del supuesto, y los reales que se buscan, que designaremos por x, es el de la pregunta ó segundo resultado.

148. La regla de tres puede ser *directa ó inversa.*

Es directa, cuando siendo el segundo dato mayor que el primero, se presupone un resultado mayor, ó cuando siendo el segundo dato menor que el primero, se presupone un resultado menor.

Es inversa, cuando siendo el segundo dato mayor que el primero, se presupone un resultado menor, y vice versa.

EJEMPLOS.—Si 6 hombres hacen 12 varas de una obra en un dia, ¿ cuántas varas harán 15 hombres en el mismo tiempo ? Esta cuestion es de regla de tres directa, porque desde luégo se percibe, que aumentando el número de hombres ó segundo dato, tambien aumentará el número de varas que hayan de hacerse en el dia.

Si 20 trabajadores ejecutan una obra en 8 dias, ¿ en cuántos dias la ejecutarán 40 trabajadores ? La cuestion es de regla de tres inversa, porque es evidente, que aumentando el número de trabajadores, harán la misma obra en ménos tiempo.

Una vez que se sepa distinguir bien una regla de tres directa, de una inversa, fácil será plantear y resolver cualquiera cuestion de esta clase, para lo cual se observará la siguiente :

149. REGLA.—*Si la regla de tres es directa, póngase el*

¿ Qué son resultados ó efectos ?—¿ En qué se divide la regla de tres ?—¿ Cuándo se dice que una regla de tres es directa ?—¿ Cuándò se dice que una regla de tres es inversa ?—¿ Qué se hace para plantear y resolver una regla de tres ?

primer dato por primer término de la proporcion y en seguida los otros dos términos conocidos. Si es inversa, póngase el segundo dato por primer término de la proporcion y en seguida los otros dos términos.

En ámbos casos, ya planteada la regla de tres, multiplíquese el segundo término por el tercero y el producto divídase por el primero. El cuociente será el resultado que se busca.

EJEMPLOS.—1º Si 6 hombres hacen 12 varas de una obra en un dia, ¿cuántas varas harán 15 hombres en el mismo tiempo?

Esta cuestion es de regla de tres directa (148); por consiguiente, pondremos por primer término de la proporcion el primer dato ó 6 hombres, así:

$$\overset{h}{6} : \overset{h}{15} :: \overset{v}{12} : \overset{v}{x}, \text{ de donde:}$$

$$x = \frac{15 \times 12}{6} = 30 \text{ varas.}$$

2º Si 20 trabajadores ejecutan una obra en 8 dias, ¿en cuántos dias la ejecutarán 40 trabajadores?

Es inversa (148); y por tanto será:

$$\overset{t}{40} : \overset{t}{20} :: \overset{d}{8} : \overset{d}{x}, \text{ de donde:}$$

$$x = \frac{20 \times 8}{40} = 4 \text{ dias.}$$

3º 12 varas de un género cuestan 24 pesos, ¿cuánto costarán 8 varas?

Es directa, porque siendo menor el número de varas, menor será su costo. Tendremos pues:

$$12 : 8 :: 24 : x, \text{ de donde:}$$

$$x = \frac{8 \times 24}{12} = 16 \text{ pesos.}$$

4º 7 hombres consumen cierta cantidad de víveres en 25 dias, ¿en cuántos dias la consumirán 3 hombres?

Es inversa, porque disminuyendo el número de hombres, consumirán la misma cantidad de víveres en mayor tiempo. Será pues :

$$3 : 7 :: 25 : x, \text{ de donde :}$$

$$x = \frac{7 \times 25}{3} = 58\tfrac{1}{3} \text{ dias.}$$

PROBLEMA.—Una embarcacion tiene víveres para 10 dias, ¿á cuánto deberá reducirse la racion diaria de cada hombre, en caso de que el viaje se prolongue por 15 dias?

Designando por 1 la racion diaria y por x á lo que debe reducirse en caso de prolongarse el viaje, se observará que la nueva racion será tanto menor respecto á la primera 1, cuanto mayor sea el número de dias que la embarcacion deba permanecer en el mar. Por consiguiente, el problema es de regla de tres inversa, y para plantearlo pondremos por primer término el segundo dato ó 15 dias, de este modo :

$$15 : 10 :: 1 : x, \text{ de donde :}$$

$$x = \frac{10 \times 1}{15} = \frac{2}{3} \text{ de racion para cada individuo.}$$

EJERCICIOS.

1º Si 18 varas de paño cuestan 54 pesos, ¿cuánto costarán 25 varas?

2º Si 800 hombres consumen 30000 raciones de pan en cierto tiempo, ¿cuántas raciones consumirán 2000 hombres en el mismo tiempo?

3º Si 28 quintales de café han costado 308 pesos, ¿cuánto costarán 312 quintales?

4º Una guarnicion de 700 hombres tiene provisiones para 8 dias, ¿para cuánto tiempo deberán calcularse las provisiones, aumentándose la guarnicion á 1600 hombres?

5º Una obra se concluye en 15 dias, trabajando los operarios 6 horas al dia, ¿en cuántos dias se concluirá la misma obra trabajando los mismos operarios 8 horas al dia?

6º Se sabe que 20 jornaleros han abierto una zanja en 5 dias, ¿en qué tiempo la abririan 7 jornaleros?

LECCION XXXVII.

Regla de tres compuesta.

150. Una cuestion de regla de tres en que entran cinco ó más términos toma el nombre de *compuesta.*

En toda cuestion de regla de tres compuesta hay siempre causas y efectos, supuesto y pregunta.

Varios son los procedimientos seguidos para resolver las cuestiones de regla de tres compuesta. Vamos á dar una regla general segura y sencilla, aplicable á todas las cuestiones de regla de tres, simples ó compuestas, directas ó inversas.

151. REGLA GENERAL DE GARAYCOCHEA *para plantear y resolver cualquiera cuestion de regla de tres ó de proporcion.*—"Despues de distinguido el supuesto de la pregunta, se escribe el uno sobre el otro, ó á la inversa, con correspondencia de especies, como para sumarlos, pero cuidando tambien, al mismo tiempo, que se correspondan entre sí las causas y los efectos de ámbas partes. Despues se traza una recta horizontal que separe las cantidades del supuesto de las de la pregunta y otra recta vertical que separe las causas de los efectos. Por último, se hacen dos multiplicaciones en aspa con las cantidades de las cuatro casillas que resultan; y uno de los dos productos se divide por el otro, sirviendo de divisor aquel donde ha entrado la incógnita. Debe advertirse: 1º Que, al establecer la correspondencia de causas y efectos, puede suceder que las especies de arriba, aunque

LECCION XXXVII.—*Cuestiones.*—¿Qué es regla de tres compuesta?—¿Cuál es la regla general de Garaycochea para plantear y resolver cualquiera cuestion de regla de tres?

sean del mismo género que las de abajo, no sean de la misma especie ; en cuyo caso, hay que hacer la conveniente reduccion ; de tal modo que, si arriba hubiese años y abajo meses, el número de años se reduciria á meses. 2º Que, cuando en una misma casilla haya varias cantidades, en tal caso, se les debe multiplicar entre sí ántes de proceder á las multiplicaciones en aspa. Y 3º que la incógnita se representa siempre por una X ; y ella se multiplica sólo por fórmula, pues no influye en el valor del producto que debe obtenerse." (1)

1º Ejemplo.—Seis operarios han hecho en dos dias cuatro varas de una obra ; ¿ cuántas varas harán de la misma obra en ocho dias nueve operarios ?

En esta cuestion el supuesto es : 6 *operarios han hecho en* 2 *dias* 4 *varas de una obra ;* y la pregunta es : 9 *operarios en* 8 *dias, ¿ cuántas varas harán de la misma obra ?* Las causas del supuesto son : 6 *operarios y* 2 *dias ;* y el efecto del supuesto son las 4 *varas.* Las causas de la pregunta son : 9 *operarios y* 8 *dias ;* y el efecto de la pregunta las *x varas* que harán. Plantearemos, pues, la cuestion así :

$$\frac{6 \text{ op. } 2 \text{ d.}}{9 \text{ op. } 8 \text{ d.}} \Bigg| \frac{4 \text{ vs.}}{x \text{ vs.}} = 24 \text{ varas.}$$

Ahora multiplicaremos en aspa, diciendo : 9 por 8 son 72, 72 por 4 son 288 ; y 6 por 2 son 12, 12 por x son 12x ó simplemente 12. Dividiremos en seguida el primer producto 288 por el segundo 12, y obtendremos por cuociente 24, que es el número de varas buscado.

2º Ejemplo.—15 hombres, trabajando 8 horas al dia, han empleado 10 dias en cavar un foso de 20 metros de largo, 2 de ancho y 4 de profundo : ¿ cuántos hombres deberán emplearse para que, trabajando 9 horas al dia, en 14 dias,

(1.)—Recomendamos á los maestros procuren que sus alumnos distingan el supuesto de la pregunta, y principalmente *las causas, de los efectos.* Así evitarán errores en la aplicacion de la sencilla como exacta regla de Garaycochea.

caven un foso de 80 metros de largo, 1 de ancho y 3 de profundo?

En esta cuestion, desde luégo se distingue la pregunta del supuesto, sólo por la entonacion de la voz. Y en cuanto á causas y efectos, son causas los hombres y el tiempo, tanto en el supuesto como en la pregunta, y la obra es efecto en ámbas partes. El planteo será pues:

15 h.	8 hor.	10 d.	|	20 m. l.	2 m. a.	4 m. p.
x h.	9 hor.	14 d.	|	80 m. l.	1 m. a.	3 m. p.

Ahora multiplicaremos en aspa y dividiremos el un producto por aquel donde entra x, así:

$$\frac{15 \times 8 \times 10 \times 80 \times 1 \times 3}{9 \times 14 \times 20 \times 2 \times 4} = 14 \text{ hombres y } \frac{2}{7} \text{ del trabajo de un hombre.}$$

En esta clase de operaciones es conveniente hacer la cancelacion ó supresion de términos comunes al dividendo y divisor para simplificar.

EJERCICIOS.

1º Si 360 hombres consumen 3000 libras de carne en 15 dias, ¿cuántas libras consumirán 120 hombres en 24 dias?

2º Si 26 hombres ganan 182 pesos en 6 dias, trabajando 7 horas al dia, ¿cuánto ganarán 18 hombres en tres dias, trabajando 8 horas al dia?

3º Si una persona camina en 9 dias 250 millas, empleando 12 horas en cada dia, ¿en cuántos dias, de 10 horas cada uno, caminará 400 millas?

4º 300 ejemplares de un cuaderno de 11 fojas requieren 66 resmas de papel; ¿cuántas resmas se necesitan para 5000 ejemplares de un cuaderno de 12 fojas?

5º 12 operarios ejecutan una obra de albañilería de 16 varas de largo, 2 de ancho y 3 de altura en 9 dias, trabajan-

do 6 horas al dia ; ¿ cuántos operarios se necesitan para ejecutar en 8 dias, trabajando 10 horas por dia, una obra de 20 varas de largo, 4 de ancho y 2 de altura ?

LECCION XXXVIII.

Regla de compañía.

152. La regla de compañía tiene por objeto distribuir entre varios asociados, que han reunido sus capitales para una especulacion, la ganancia ó pérdida que resulte de esta especulacion.

Accion es la suma que cada socio pone en la compañía.

Capital es la suma de todas las acciones.

Dividendo es la ganancia ó pérdida que debe distribuirse.

153. Regla.—*Cuando las acciones de cada socio han permanecido el mismo tiempo en la compañía* (compañía simple), *fórmense las siguientes proporciones: la suma de las acciones es al dividendo, como la accion de cada socio es á x. El resultado en cada proporcion será la pérdida ó ganancia de cada uno.*

Cuando las acciones han permanecido diferentes tiempos (compañía compuesta), *multiplíquese ántes cada accion por su tiempo y fórmense las siguientes proporciones: la suma de las acciones, multiplicadas por sus tiempos, es al dividendo, como cada accion multiplicada por su tiempo es á x.*

1.er Ejemplo.—A, B y C han hecho compañía para un

LECCION XXXVIII.—*Cuestiones.*—¿ Cuál es el objeto de la regla de compañía ?—¿ Qué es accion ?—¿ Qué es capital ?—¿ Qué es dividendo ?—¿ Qué regla debe seguirse para resolver un problema de compañía, simple ó compuesta ?

negocio de comercio. A ha puesto 900 pesos, B 1200 pesos y C 2700 pesos. Han ganado 1440 pesos. ¿ Cuánto le toca á cada uno de la ganancia ?

Hecha la suma de todas las acciones ó capitales de los socios, esto es, 900 + 1200 + 2700 = 4800, formaremos las siguientes proporciones :

$$4800 : 1440 :: 900 : x = 270 \text{ pesos.}$$
$$4800 : 1440 :: 1200 : x = 360 \text{ pesos.}$$
$$4800 : 1440 :: 2700 : x = \underline{810} \text{ pesos.}$$
$$1440$$

De donde resulta que á A le tocan 270 pesos, á B 360 pesos, y á C 810 pesos. La prueba de que la operacion está bien hecha es, que la suma de las tres partes es igual al capital 1440.

2º Ejemplo.—Tres personas A, B y C entraron en compañía. A puso 1500 pesos por 9 meses, B 1750 pesos por 8 meses y C 2000 pesos por 6 meses. Ganaron 1027 pesos. ¿ Cuál es la ganancia de cada socio ? Comenzaremos por multiplicar cada accion por su tiempo respectivo, sumando en seguida los productos, así :

$$1500 \times 9 + 1750 \times 8 + 2000 \times 6 = 13500 + 14000 + 12000 = 39500.$$

Luégo, formaremos las siguientes proporciones :

$$39500 : 1027 :: 13500 : x = 351 \text{ pesos.}$$
$$39500 : 1027 :: 14000 : x = 364 \text{ pesos.}$$
$$39500 : 1027 :: 12000 : x = 312 \text{ pesos.}$$

Así : á A le tocarán de ganancia 351 pesos, á B 364 pesos y á C 312 pesos.

EJERCICIOS.

1º Dos personas compraron una casa en compañía por 5500 pesos. La primera puso 2500 pesos y la segunda 3000.

La casa les produce una renta de 440 pesos al año; ¿cuánto corresponde á cada uno, de esta cantidad?

2º A, B, C y D formaron una compañía. A puso 2000 pesos, B 2400 pesos, C 2800 pesos y D 3200 pesos. Han perdido 1950 pesos; ¿cuál es la pérdida de cada uno?

3º Una persona debe á A 720 pesos, á B 810 pesos, á C 990 pesos y á D 1080; á su muerte su haber asciende no más que á 2800 pesos. ¿Cuánto toca á prorata á los acreedores?

4º Un padre al morir deja 52000 pesos para que se repartan proporcionalmente á las edades de sus hijos. El mayor tiene 30 años, el segundo 27 años y el tercero 20 años, ¿cuánto corresponde de la herencia á cada uno?

NOTA.—La cuestion precedente y otras semejantes se resuelven como una de compañía.

5º Cuatro personas han hecho compañía. A puso 1200 pesos por 11 meses, B 1600 pesos por nueve meses, C 2000 pesos por 8 meses y D 1500 pesos por 10 meses. En el curso de los negocios han perdido 1172 pesos. ¿Cuánto le tocó de pérdida á cada uno? Tocóle á A 264 pesos, á B 288 pesos, á C 320 pesos, á D 300 pesos.

6º En la construccion de una obra, A suministró 12 trabajadores, cada uno de los cuales trabajó 9 dias; B 8 trabajadores, cada uno de los cuales trabajó 7 dias. Por toda la obra recibieron 123 pesos. ¿Cuánto le tocó á cada uno, de esta suma?

7º A comenzó sus negocios el 1º de Enero con un capital de 7250 pesos; el 1º de Mayo inmediato entró B en la compañía con un capital de 5400 pesos. Al espirar el año habian ganado 868 pesos. ¿Cuánto ha ganado cada uno?

8º Juan Ibañez, Antonio Carreño y Pedro Ariza formaron una compañía bajo la firma de "Ibañez, Carreño y Cª," con un capital de 30000 pesos, del cual Ibañez puso 12000 pesos, Carreño 10000 pesos y Ariza 8000 pesos. Al cabo de 4 meses Ibañez sacó 1500 pesos de su accion; al cabo de 6 meses Carreño sacó 2000 pesos; y al cabo de 10 meses

Ariza introdujo 2500 pesos. Á los 18 meses hallaron que sus ganancias subian á 6450 pesos. ¿ Cuánto corresponde á cada socio ?

LECCION XXXIX.

Interes.

154. *Interes* es *el tanto por ciento* que se paga por el uso de la moneda ó cualquier valor que la represente.

Principal es la cantidad que se presta á interes.

Tanto de interes es el tanto por ciento que se paga por año, ó por mes.

Monto es la suma del principal é intereses.

155. El interes puede ser legal ó convencional. Es *legal* cuando lo fija la ley ; y *convencional* cuando lo fijan los contratantes.

Cuando no se estipula el interes, se subentiende el legal del país donde se hace la negociacion.

El interes legal en Francia é Inglaterra, es el 5 por ciento.

En los Estados Unidos varía del 5 al 8 por ciento en los diferentes Estados.

En la República de Guatemala el interes legal es el 6 por ciento, y en el Salvador el 12 por ciento.

El signo % indica, por ciento.

156. El interes puede ser *simple ó compuesto.* Es *simple* cuando el capital no varía durante todo el tiempo del préstamo. Es *compuesto* cuando el capital varía por razon

LECCION XXXIX.—*Cuestiones.*—¿ Qué es interes ?—¿ Qué es principal ?—¿ Qué es tanto de interes ?—¿ Qué es monto ?—¿ Qué es interes legal ?—¿ Qué es interes convencional ?—Cuando no se estipula el interes, ¿ cuál se subentiende ?—¿ Cuál es el interes legal en Francia é Inglaterra, los Estados Unidos del Norte y el Salvador ?—¿ Qué es interes simple ?—¿ Qué es interes compuesto ?

de los intereses que se van acumulando y que tambien ganan intereses.

157. En toda cuestion de regla de interes entran cuatro cantidades : *capital, tanto por ciento, tiempo é interes.* Así, hay cuatro cuestiones generales que resolver :

CUESTION PRIMERA.

158. Dado el capital, el tanto por ciento y el tiempo, hallar el interes.

Sea la cuestion siguiente : ¿ Cuál es el interes de 2500 pesos en 6 años al 12 por ciento anual ?

Para resolverla diremos : si 100 pesos producen 12 de interes al año, ¿ cuánto producirán 2500 pesos en el mismo tiempo ? Formaremos y resolveremos, pues, la siguiente proporcion :

$$100 : 12 :: 2500 : X, \text{ de donde :}$$

$$X = \frac{2500 \times 12}{100} = 300 \text{ pesos.}$$

Pero como el capital ha estado á interes por 6 años, tendremos que multiplicar 300 pesos, interes de un año, por 6, para obtener el interes total, esto es : $300 \times 6 = 1800$ pesos.

Tambien puede razonarse de esta manera : si 100 pesos ganan 12, 1 peso ganará la centésima parte de 12, esto es, $\frac{12}{100}$ de peso ; por consiguiente 2500 pesos ganarán en un año 2500 veces $\frac{12}{100}$, esto es, $\frac{2500 \times 12}{100}$, y en 6 años $\frac{2500 \times 12 \times 6}{100} = 1800$ pesos.

Regla.—*Para hallar el interes, multiplíquese el capital por el tanto por ciento y por el tiempo, y el producto divídase por* 100.

¿ Cuántas cantidades entran en toda cuestion de interes y cómo se llaman ?—¿ Á cuántas se reducen las cuestiones generales sobre interes ?—Dad las reglas para hallar : el interes, el capital, el tanto por ciento y el tiempo. Escribid y explicad las fórmulas generales del interes. ¿ Cómo se halla el interes compuesto ?

EJEMPLO.—¿ Cuál es el interes de 12000 pesos en 7 meses al 5 por ciento anual ?

Ántes de aplicar la regla, tendremos cuidado de reducir los 7 meses á quebrado de año, poniendo al 7 por denominador 12 meses que tiene el año.

Será, pues, $X = \frac{12000 \times 5 \times \frac{7}{12}}{100} = 35$ pesos.

CUESTION SEGUNDA.

159. Dado el interes, el tanto por ciento y el tiempo, hallar el capital.

¿ Qué capital produce en 6 años al 12 por ciento anual el interes de 1800 pesos ?

Diremos : siendo 1800 pesos el interes por 6 años, el interes por un año será evidentemente $\frac{1800}{6}$. Ahora, si 12 pesos vienen de 100, ¿ $\frac{1800}{6}$ pesos de dónde vendrán ? Será, pues :

$$12 : 100 :: \frac{1800}{6} : X = \frac{1800 \times 100}{12 \times 6} = 2500 \text{ pesos.}$$

REGLA.—*Para hallar el capital, multiplíquese el interes por* 100 *y el producto divídase por el tanto por ciento multiplicado por el tiempo.*

CUESTION TERCERA.

160. Dado el capital, el interes y el tiempo, hallar el tanto por ciento.

¿ Cuál es el tanto por ciento de un capital de 2500 pesos que en 6 años ha producido un interes de 1800 pesos ?

Desde luego, si 1800 pesos es el interes de 6 años, el de un año será $\frac{1800}{6}$ pesos. Ahora, si 2500 pesos producen $\frac{1800}{6}$ en un año, ¿ 100 cuánto producirán ? Será :

$$2500 : \frac{1800}{6} :: 100 : X = \frac{1800 \times 100}{2500 \times 6} = 12 \text{ pesos.}$$

REGLA.—*Para hallar el tanto por ciento, multiplíquese el interes por* 100 *y el producto divídase por el capital multiplicado por el tiempo.*

CUESTION CUARTA.

161. Dado el capital, el interes y el tanto por ciento, hallar el tiempo.

¿Cuál es el tiempo por el cual ha estado á interes un capital de 2500 pesos al 12 por ciento, habiendo producido 1800 pesos de interes?

Comenzaremos por averiguar el interes de 2500 pesos en un año, así: si 100 pesos producen 12, ¿2500 pesos cuánto producirán?

$$100 : 12 :: 2500 : X = \frac{2500 \times 12}{100}.$$

Ahora para averiguar el tiempo, dividiremos el interes total 1800 pesos, por el interes de un año $\frac{2500 \times 12}{100}$, esto es:

$$1800 : \frac{2500 \times 12}{100} = \frac{1800 \times 100}{2500 \times 12} = 6 \text{ años.}$$

REGLA.—*Para hallar el tiempo, multiplíquese el interes por* 100 *y el producto divídase por el capital multiplicado por el tanto por ciento.*

En resúmen: *para hallar el interes, multiplíquese el capital por el tanto por ciento y por el tiempo, y el producto divídase por* 100; *y para hallar el capital, el tanto por ciento ó el tiempo, multiplíquese el interes por* 100 *y el producto divídase por el producto de las otras dos cantidades.*

Fórmulas.

162. Representando por *c* el capital, por *a* el interes, por *i* el tanto por ciento y por *t* el tiempo, se pueden sentar las

siguientes fórmulas, que comprenden todos los casos de regla de interes, y que deben fijar los niños en la memoria.

1ª $a = \frac{c \times i \times t}{100}$ ó $\frac{\text{capital} \times \text{tanto p. c.} \times \text{tiempo}}{100.}$

2ª $c = \frac{a \times 100}{i \times t}$ ó $\frac{\text{interes} \times 100}{\text{tanto por ciento} \times \text{tiempo.}}$

3ª $i = \frac{a \times 100}{c \times t}$ ó $\frac{\text{interes} \times 100}{\text{capital} \times \text{tiempo.}}$

4ª $t = \frac{a \times 100}{c \times i}$ ó $\frac{\text{interes} \times 100}{\text{capital} \times \text{tanto por ciento.}}$

163. Para hallar el interes compuesto de un capital que ha estado redituando por cierto número de años, se sigue la regla siguiente :

REGLA.—*Hállese el interes del primer año y súmese con el capital. Esta suma considérese como un nuevo capital al cual se agregará el interes que produzca en el segundo año; y así sucesivamente hasta completar el número de años.*

EJEMPLO.—¿ Cuál es el interes compuesto de 6000 pesos al 5 por ciento al año, durante 4 años ?

Capital al principio del 1r. año.............	6000$
Interes al 5%..........................	300
Capital al principio del 2º año.............	6300
Interes al 5%..........................	315
Capital al principio del 3r año.............	6615
Interes al 5%..........................	330,75
Capital al principio del 4º año.............	6945,75
Interes al 5%..........................	347,2875
Capital é intereses de intereses por 4 años..	7293,0375

EJERCICIOS.

1º ¿ Cuál es el interes de 224$ por 2 años 6 meses al 5% ?

2º ¿ Cuál es el interes de 1754$ al 6% por un año 3 meses y 15 dias ?

3º ¿Cuál es el capital que en 1 año y 3 meses al 6% ha producido el interes de 236,7$?

4º ¿Cuál es el tanto por ciento á que ha estado un capital de 12000$ por 5 años, que ha producido un interes de 3000$?

5º ¿Por qué tiempo habrá estado á interes un capital de 5000$ al 12%, cuyo interes ha sido de 925$?

6º ¿Cuál será el monto de un capital de 2500$ impuesto al 12% por 6 años, á interes compuesto ?

LECCION XL.

Cálculo de los intereses, segun el sistema de Graillat. (1)

164. Entre los varios procedimientos en uso, indicaremos, como más sencillo, el siguiente :

Se comienza por determinar el interes del capital por un dia, como si estuviese puesto al 4% anual, para lo cual se observará esta

Regla.—*Se suman todas las cifras de que consta el capital, como si estuviesen en columna, comenzando por las unidades simples. Se apuntan las unidades de la suma obtenida y se llevan las decenas para sumarlas de la misma manera con todas las otras cifras, comenzando por las decenas. Á la izquierda de las unidades apuntadas se escriben las decenas que se obtengan, y se pasa á las centenas y demas órdenes, continuando del mismo modo hasta la cifra del órden superior. En seguida, se separan hácia la derecha*

(1) De un opúsculo publicado en 1877 en Guatemala por el inteligente jóven Licenciado Don Santiago Barberena, en que expone con alguna extension el sistema de Graillat sobre el cálculo de los intereses, tomamos el procedimiento que se explica en la presente leccion, procurando tambien, por nuestra parte, la claridad y concision.

del resultado cuatro cifras decimales, y lo que quede será el interes de un dia al 4%.

165. Averiguado el interes del 4%, fácil es hallar el de tipos mayores ó menores que el 4, enteros ó fraccionarios, pues si, por ejemplo, se quiere el interes del 2, 1, ½, etc., no hay más que tomar la mitad, cuarto, octavo, etc., del interes hallado; y el 3 será la suma de la mitad con el 1. Si el interes que se busca es el 8, 12, etc., basta duplicar, triplicar, etc., el interes del 4; y para el 5, v. g., se agregaria al 4 el 1 ó su cuarta parte. Y así de otros tipos.

166. Cuando se ha obtenido el interes de un dia, se hallará el de cualquier tiempo, multiplicando este interes por el número de dias de que consta el tiempo, entendiéndose que el año comercial se computa por 360 dias.

167. Si el capital tuviese cifras decimales, se separarán, además de las cuatro indicadas en la regla, las que tenga dicho capital. Y si el número de cifras que resulten, fuese igual ó menor que el de las que deben separarse, se completará con ceros á la izquierda, poniendo la coma en su lugar correspondiente.

168. Si se desea mayor aproximacion en los resultados, se agregan desde el principio dos ceros al capital propuesto, se hacen las sumas como va dicho y se separan seis cifras, en lugar de cuatro.

1.er Ejemplo.—¿Cuál es el interes de $24316 al 6% anual en 25 dias?

Capital........	24316	
4%............	2,7016..	por un dia.
2%............	1,3508..	" " "
6%............	4,0524..	" " "
	25..	dias.
	202620	
	81048	
Interes al 6%...	$101,3100..	por 25 dias.

Escrito el capital 24316, diré: 6 y 1 son 7, y 3 son 10, y 4 son 14, y 2 son 16; escribo 6 y llevo 1. 1 y 1 son 2, y 3 son 5, y 4 son 9, y 2 son 11; escribo 1 y llevo 1. 1 y 3 son 4, y 4 son 8, y 2 son 10; escribo 0 y llevo 1. 1 y 4 son 5, y 2 son 7; escribo 7. 2 es 2. Separo del resultado cuatro cifras decimales á la derecha y me queda $2,7016, que es el interes de un dia al 4%. Despues, tomo la mitad y escribo $1,3508, que es el interes al 2%. Sumo estas dos partidas y el resultado $4,0524 es el interes al 6%. Por último, multiplico esta suma por 25 y el producto $101,31 es el interes buscado.

2º Ejemplo.—Hallar el interes de $36900 al 5½% en un año y 7 meses.

Capital	36900	
4%	4,0998	..por un dia.
1%	1,0249	.. " " "
½%	0,5124	.. " " "
5½%	5,6371	.. " " "
	570	..dias.
	3945970	
	281855	
Interes al 5½.....	$3213,1470	..por 1 año 7 meses.

El interes por un dia, al 4%, segun la regla dada, es $4,0998; el interes al 1%, ó la cuarta parte, es $1,0249; el ½%, ó mitad del 1, es $0,5124. La suma de estas tres cantidades ó sea $5,6371 es el 5½% por un dia. Multiplicando este interes por 1 año 7 meses ó, lo que es lo mismo, por 570 dias, resulta $3213,1470, que es el interes del capital propuesto, por 1 año 7 meses al 5½% anual.

3º Ejemplo.—¿ Cuál es el interes (con mayor aproximacion) de $24316 al 6% anual en 25 dias?

Capital........	2431600	..agregando 2 ceros.
4%............	2,701776	..por un dia.
2%............	1,350888	.. " " "
Interes al 6%...	4,052664	.. " " "
	25	..dias.
	20263320	
	8105328	
Interes al 6%...	$101,316600	..por 25 dias.

Para obtener mayor aproximacion se han agregado dos ceros al capital, y en lo demas se ha operado conforme á la regla, teniendo cuidado de separar al fin seis cifras decimales en vez de cuatro. Comparando este resultado de $101,3166 con el del primer ejemplo, que es $101,31, se vé cómo se ha obtenido mayor grado de aproximacion en el tercer ejemplo.

LECCION XLI.

Descuento.

169. *Descuento* es la deduccion que se hace por el pago de una letra ú obligacion ántes de su vencimiento.

El *valor nominal* de una letra es la cantidad expresada en la letra misma.

El *valor presente* de una letra es una suma que puesta á cierto interes, por el tiempo del vencimiento de la letra, produce el valor nominal de la letra.

El *descuento* de una letra es, pues, la diferencia entre su valor nominal y su valor presente.

LECCION XL.—*Cuestiones.*—¿Qué procedimiento debe seguirse, como más sencillo, para calcular los intereses segun el sistema de Graillat?

LECCION XLI.—*Cuestiones.*—¿Qué es descuento?—¿Cuál es el valor nominal de una letra?—¿Cuál su valor presente?—¿Qué es el descuento de una letra?

170. Regla.—*Para hallar el valor presente de una letra, cuyo plazo y tanto por ciento son conocidos, se multiplica el valor nominal de la letra por* 100 *y el producto se divide por* 100 *más el tanto por ciento por el tiempo dado.*

Ejemplo.—¿Cuál es el valor presente de una letra de 1500$ al 2% mensual, en 8 meses que faltan para su vencimiento?

Desde luego, 1500$ es el valor nominal de la letra; y 2$ es el tanto por ciento mensual, que multiplicado por 8 meses da 16. Será pues:

$$\frac{1500 \times 100}{116} = 1293{,}1 \text{ (valor presente).}$$

Ahora, restando este valor presente, de 1500, obtendremos el descuento de toda la letra, es decir:

$$1500 - 1293{,}1 = \$206{,}9 \text{ (descuento).}$$

171. El descuento de que acabamos de hablar es el *descuento legal;* pero generalmente se ha adoptado en el comercio lo que se llama *descuento corriente,* que no es otra cosa que una simple operacion de interes.

Así, en el ejemplo anterior diríamos: si 100$ producen 16$ en 8 meses, ¿cuánto producirán 1500?

$$\text{Será: } \frac{1500 \times 16}{100} = \$240 \text{ (descuento).}$$

El valor presente seria: 1500 — 240 = 1260.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es el valor presente de un billete de 524$ debido á un año 5 meses al 6% anual?

2º ¿Cuánto debe pagarse de descuento por un billete de $6000 debido á 2 años al 12% anual?

¿Qué regla hay para encontrar el valor presente de una letra?—¿Qué es descuento legal?—¿Qué es descuento corriente?

3º Antonio desea que se le descuente, hoy 16 de Marzo, su letra para el 23 de Diciembre próximo por 3710$ al 15½% anual, ¿ cuánto debe pagar ?

4º ¿ Cuál es el valor presente de una obligacion de 7520$ 6 rs. debida á 6 meses 13 dias al 8½% anual ?

LECCION XLII.

Regla conjunta.

172. La *regla conjunta* es una aplicacion de la regla de tres, y consiste en averiguar la relacion de las monedas, medidas, etc., de dos países, cuando previamente se conoce la relacion de estas especies con las de otros países.

173. REGLA.—*Para resolver un problema de regla conjunta, escríbanse los datos en el órden que se vayan dictando, poniendo el primero de antecedente y el segundo de consecuente, para formar una primera razon por cuociente. En seguida, fórmese otra razon que se colocará debajo de la primera, poniendo por antecedente el tercer dato ó número que se dicte y por consecuente el cuarto ; y así sucesivamente hasta concluir. Luégo, fórmese una razon compuesta, póngase por tercer término el número ó especie que se trata de reducir y hállese el cuarto término de la proporcion. El resultado será lo que se busca.*

EJEMPLO.—26 libras esterlinas valen 150 rublos ; 75 rublos, 30 ducados de Hamburgo ; 20 ducados de Hamburgo, 42 duros de España ; 12 duros de España, 65 francos, ¿ 1200 libras esterlinas cuántos francos valdrán ?

LECCION XLII.—*Cuestiones.*—¿ Qué es regla conjunta ?—¿ Qué se hace para resolver un problema de regla conjunta ?—¿ Cómo deben considerarse las razones en la regla conjunta ?

$$\begin{array}{rrl} £ & 26 : & 150 \text{ rub.} \\ \text{rub.} & 75 : & 30 \text{ duc.} \\ \text{duc.} & 20 : & 42 \text{ ds.} \\ \text{ds.} & 12 : & 65 \text{ fs.} \end{array}$$

$$26 \times 75 \times 20 \times 12 : 150 \times 30 \times 42 \times 65 :: 1200 : x$$

$$\text{de donde: } x = \frac{150 \times 30 \times 42 \times 65 \times 1200}{26 \times 75 \times 20 \times 12} = 31500 \text{ fs.}$$

Hemos formado tantas razones cuantas equivalencias contiene el problema, así: 26£ valen 150 rublos; 75 rublos, 30 ducados; 20 ducados, 42 duros; 12 duros, 65 francos. En seguida hemos formado la razon compuesta, multiplicando entre sí, tanto los antecedentes como los consecuentes, y hemos puesto por tercer término de la proporcion las 1200£ que se trata de reducir á francos. Ahora, multiplicando los medios y partiendo el producto por el extremo, ha resultado $x = 31500$, que es el número de francos á que equivalen las 1200 libras esterlinas.

Adviértase, 1º: que al ejecutar estas operaciones debe siempre hacerse la supresion ó cancelacion de factores comunes, y 2º: que aunque los términos de las razones en la regla conjunta sean heterogéneos, esto no influye en el resultado, pues los números deben considerarse como abstractos, indicando una simple relacion numérica.

EJERCICIOS.

1º 48 francos valen.......... 52 chelines de Inglaterra.
15 chelines de Inglaterra... 6 florines de Alemania.
50 florines de Alemania.... 7 ducados de Hamburgo.
14 ducados de Hamburgo.. 40 rublos de Rusia.

¿Cuántos rublos de Rusia valen 2500 francos?
Respuesta: $433\frac{1}{3}$ rublos de Rusia.

2º Se sabe que
50 metros equivalen á....179 piés.
699 piés..................100 toesas.

¿ Cuántas toesas equivaldrán á 380 metros ?
Respuesta : 194,6 toesas.

3º 3 fanegas de trigo valen.. 5 fanegas maíz.
2 fanegas maíz.......... 3 fanegas centeno.
3 fanegas centeno........ 4 fanegas cebada.

¿ Cuántas fanegas de cebada valdrán 20 de trigo ?
Respuesta : 66⅔ fanegas de cebada.

LECCION XLIII.

Aligacion.

174. Aligacion es el método de encontrar el valor ó precio medio de una mezcla ó combinacion de diferentes cosas, cuyos precios ó calidades se conocen : ó el método de determinar en qué proporcion deben mezclarse ó combinarse las cosas ó artículos de diversos precios ó calidades, cuando se conoce el precio medio. Esta operacion da lugar á las cuatro cuestiones siguientes :

CUESTION PRIMERA.

175. Dados los ingredientes ó artículos y sus precios ó calidades respectivas, hallar el precio medio ó calidad media.

176. REGLA.—*Hállese el costo de la mezcla y divídase por la suma de los ingredientes. El cuociente será el precio ó calidad media.*

EJEMPLO.—Un asentista tiene 10 botellas de aguardiente de á 4 reales botella, 15 botellas de á 3 reales y 18 de á 2

LECCION XLIII.—*Cuestiones.*—¿ Qué es aligacion ?—¿ Á cuántas cuestiones da lugar la aligacion ?—¿ Cuál es la primera cuestion y su regla ?

reales. Ha hecho una mezcla y desea saber á cómo le sale la botella de esta mezcla. Hé aquí la operacion.

10	botellas de aguardiente	á 4 rs......	40 rs.
15	" "	á 3 rs......	45 rs.
18	" "	á 2 rs......	36 rs.
43 bot.			121 rs.

El valor de toda la mezcla es 121 reales y la suma de las botellas es 43. Por consiguiente:

$121 : 43 = 2\frac{35}{43}$ rs., es el precio de la botella de mezcla.

EJERCICIOS.

1º Un tendero mezcla 5 libras de té de á 7 centavos libra, con 9 libras de á 8 centavos y 10 libras de á 6. ¿Cuál es el valor de la libra de mezcla?

2º Un platero mezcla 6 onzas de oro de 15 quilates, con 7 onzas de 16 quilates y 19 onzas de 18 quilates. ¿Cuál es la calidad de la onza de mezcla?

3º Un mercader mezcla 9 arrobas de café de á 30 reales arroba, con 6 arrobas de á 4 pesos, 12 arrobas de á 25 reales y 8 arrobas de á 20 reales. ¿Á cómo le sale la arroba de la mezcla?

CUESTION SEGUNDA.

177. Dados los precios ó calidades de los ingredientes, determinar en qué proporcion deben mezclarse para obtener un precio ó calidad media dada.

178. Regla.—*Escríbanse los precios de los ingredientes unos debajo de otros, y el precio medio á la izquierda separado por una llave.*

Conexiónese por medio de una línea curva cada precio menor con uno mayor que el medio, y compárese.

La diferencia entre el precio mayor y el medio, póngase á la derecha del menor, y vice versa.

¿Cuál la segunda, la tercera y la cuarta y sus reglas?

Si entre los precios sólo hubiese uno mayor y los demas menores que el medio, la diferencia de todos los menores, comparados uno á uno con el medio, será lo que se ha de tomar del mayor; y si sólo hubiese uno menor y los demas mayores que el medio, la diferencia de los mayores, comparados uno á uno con el medio, será lo que se ha de tomar del menor.

EJEMPLO.—Un tendero tiene café de á 25 centavos libra, de á 20 centavos, de á 15 y de á 12 centavos. Quiere mezclarlo para dar la libra á 19 centavos y desea saber en qué proporcion debe hacer la mezcla.

1ª *Solucion.*

19	25	7
	20	4
	15	1
	12	6

2ª *Solucion.*

19	25	4
	20	7
	15	6
	12	1

Como se vé, esta cuestion tiene dos soluciones. Así: en la 1ª la mezcla podrá formarse con 7 libras de á 25 centavos, 4 de á 20, 1 de á 15 y 6 de á 12; en la 2ª, con 4 libras de á 25 centavos, 7 de á 20, 6 de á 15 y 1 de á 12.

EJERCICIOS.

1º Un vinatero quiere mezclar vinos de á 16 ch., de á 18 ch. y de á 22 ch. por galon, de modo que la mezcla pueda venderse á 20 ch. por galon, ¿qué cantidad debe tomar de cada clase?

2º Teniendo oro de 13, 14, 10 y 22 quilates, ¿qué proporcion de cada clase debe tomarse para componer oro de 17 quilates?

3º Un añilero tiene añil de á 9 reales libra, de á 8 reales, de á 6 y de á 5. ¿En qué proporcion debe mezclarlo para vender á 7 reales?

CUESTION TERCERA.

179. Dados los precios ó calidades de varios ingredientes y la calidad de uno de ellos, cuánto debe mezclarse de cada uno para obtener un precio medio.

180. REGLA.—*Hállense las cantidades proporcionales de los ingredientes por la regla de la cuestion 2ª Y en seguida fórmese la siguiente proporcion: la diferencia escrita al lado del precio del ingrediente cuya cantidad es conocida, es á esta cantidad conocida, como la diferencia respectiva de cada uno de los otros ingredientes es á la cantidad que de ellos ha de mezclarse.*

EJEMPLO.—Un especiero tiene 35 libras de té de á 60 centavos libra, que desea mezclar con otras tres clases valuadas á 65, 70 y 75 centavos libra. ¿Cuánto debe tomar de estas clases para que pueda venderse la mezcla á 68 centavos libra?

Segun la regla citada (180) las cantidades proporcionales de las cuatro clases de té son: 7, 2, 3 y 8, como se vé en seguida.

	35	
68	60	7
	65	2
	70	3
	75	8

Ahora, formaremos las siguientes proporciones, cuyos cuartos términos serán las cantidades buscadas:

7 : 35 : : 2 : 10 ℔ de á 65 centavos.
7 : 35 : : 3 : 15 ℔ de á 70 centavos.
7 : 35 : : 8 : 40 ℔ de á 75 centavos.

EJERCICIOS.

1º Un especiero quiere mezclar 20 libras de pimienta de á 50 centavos libra con otras clases de á 36, 38 y 45 centa-

vos libra. ¿Cuánto debe tomar de cada clase para vender la libra de la mezcla á 40 centavos?

2º ¿Cuántas libras de azúcar de á 8, 9 y 13 centavos libra, deben mezclarse con 36 libras de á 14 centavos para vender la libra de la mezcla á 10 centavos?

3º Tengo 20 arrobas de sal de comer de á 12 reales arroba, y quiero mezclarlas con sal de á 10, 13 y 8 reales arroba para vender la libra á 11 reales. ¿Cuánto debo tomar de cada una de estas tres últimas clases?

CUESTION CUARTA.

181. Dados la suma y precios de varias cosas ó ingredientes, hallar en qué proporcion deben mezclarse para vender á un precio medio dado.

182. Regla.—*Hállense las cantidades proporcionales de los ingredientes* (193), *y fórmese la siguiente proporcion: la suma de las cantidades proporcionales, es á la cantidad dada, como cada cantidad proporcional es á la cantidad buscada.*

Ejemplo.—Un especiero tiene té de á 60 centavos, de á 65, 70 y 75 centavos libra. Desea hacer una mezcla de 100 libras, de modo que le salga á 68 centavos libra. ¿Cuánto debe tomar de cada clase?

Operaciones.

68	60	7
	65	2
	70	3
	75	8
		20

20 : 100 : : 35 libras de á 60 centavos.
20 : 100 : : 10 libras de á 65 centavos.
20 : 100 : : 15 libras de á 70 centavos.
20 : 100 : : 40 libras de á 75 centavos.

EJERCICIOS.

1º ¿Qué cantidades de azúcar de á 6, 7, 10 y 13 centavos libra deben mezclarse para hacer un barril de 400 libras, de á 9 centavos libra?

2º Un platero tiene 4 clases de oro: de 12 quilates, de 13, de 16 y 19 quilates, y desea hacer una liga de 50 onzas de 15 quilates. ¿Cuánto debe tomar de cada clase?

APÉNDICE.

---

* Medicion. (1)

Medicion es el arte de determinar por métodos fáciles y sencillos el contenido de las figuras geométricas. Se divide en dos partes : *medicion de superficies y medicion de volúmenes.*

Medicion de superficies.

1. *Superficie* es la extension considerada en longitud y latitud. *Área* de una figura es el espacio comprendido entre la línea ó líneas que la limitan. Para medir el área de una figura es preciso averiguar cuántas veces contiene á otra área que se toma por unidad. Esta unidad es generalmente el cuadrado, tal como una pulgada cuadrada, un pié cuadrado, una vara cuadrada, un metro cuadrado, etc.

(1) Suponemos que los alumnos han adquirido en las escuelas elementales las nociones indispensables sobre las líneas, ángulos, triángulos, etc.; nociones que se dan á los niños, áun en las clases de lecciones objetivas. En todo caso, el maestro explicará previamente lo que se entiende por línea recta, línea curva, perpendicular y oblicua; por ángulo, triángulo y sus divisiones, cuadrilátero, etc.

En la exposicion de este tratado (Medicion) hemos seguido en un todo el método de los autores americanos.

Cuestiones.—¿ Qué es medicion ?—¿ En qué se divide la medicion ?—¿ Qué es superficie ?—¿ Qué es área ?—¿ Qué se hace para medir un área ?—¿ Cuál es la unidad generalmente usada ?

2. *Cuadrado* es un cuadrilátero cuyos lados son iguales y perpendiculares entre sí. Si cada lado del cuadrado es de un pié, la figura se llama *pié cuadrado.*

1 pié

PIÉ CUADRADO

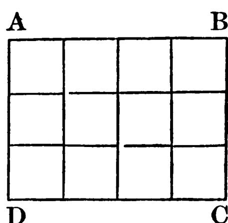
1 pié

Si el lado del cuadrado es de tres piés, la superficie contendrá 9 piés cuadrados, pues en el cuadrado grande hay 9 cuadrados pequeños de un pié por lado cada uno. Cuando el lado de un cuadrado es de 4 piés, la superficie contiene 16 piés cuadrados, y así sucesivamente.

Se vé, pues, que *el área de un cuadrado es igual al producto de dos de sus lados ó al cuadrado de un lado.*

3. *Rectángulo* es un cuadrilátero cuyos lados adyacentes son desiguales y perpendiculares entre sí.

PROBLEMA PRIMERO.



4. *Hallar el área de un rectángulo.*

Sea ABCD el rectángulo, cuya base DC es de 4 piés y su altura AD de 3 piés. Si se dividen estas líneas DC y AD en porciones de un pié cada una, y por los puntos de division se tiran paralelas á los lados del rectángulo, éste quedará dividido en 12 cuadrados de un pié por lado cada uno; es decir, que el rectángulo contendrá 12 piés cuadrados. Así, para hallar el área de un rectángulo se establece la siguiente

REGLA.

Multiplíquese la base por la altura y el producto será el área.

¿Qué es cuadrado?—¿Qué es pié cuadrado?—¿Á qué es igual el área de un cuadrado?—¿Qué es rectángulo?—¿Cómo se halla el área de un rectángulo?—Explicar la razon de la regla.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuántos piés cuadrados tiene un piso que mide 18 piés de largo y 16 de ancho?

2º ¿Cuántas varas cuadradas contiene un campo rectangular cuya longitud es de 135 varas y cuya anchura es de 65 varas?

3º ¿Cuál es el área de un campo cuadrado cuyo lado es de 125 varas?

4º ¿Cuál es el área de un pedazo cuadrado de tierra cuyo lado es de 246 yardas?

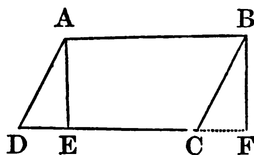
5º ¿Cuántas pulgadas cuadradas tiene una mesa, de 5 piés 9 pulgadas de largo y de 3 piés 7 pulgadas de ancho?

6º La base de las pirámides de Egipto es cuadrada, y una de ellas mide 746 piés por cada lado de la base. ¿Qué espacio de terreno cubre?

PROBLEMA SEGUNDO.

5. *Hallar el área de un paralelógramo.*

Paralelógramo es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos dos á dos. En este concepto, el cuadrado y el rectángulo son paralelógramos; pero aquí vamos á tratar de paralelógramos cuyos ángulos no son rectos.



Sea el paralelógramo ABCD. La altura del paralelógramo es la perpendicular tirada de la base al lado opuesto, tal como AE.

Si prolongamos la base DC hasta F y desde el punto B bajamos á la prolongacion CF la perpendicular BF, la figura AEFB será un rectángulo equivalente al paralelógramo ABCD, ya que el triángulo ADE es igual al triángulo BCF. La base EF del rectángulo es igual á DC base del

¿Qué es paralelógramo?—¿Qué es base y altura de un paralelógramo?—¿Cómo se halla el área de un paralelógramo?

paralelógramo y la altura en ámbos es la misma. Pero el área de un rectángulo es igual al producto de su base por su altura, luego para hallar el área de un paralelógramo estableceremos la siguiente

REGLA.

Multiplíquese la base por la altura ó perpendicular tirada al lado opuesto.

EJERCICIOS.

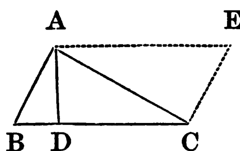
1º La base de un paralelógramo es de 574 piés, y la perpendicular ó altura es de 356 piés. ¿Cuál es el área?

2º ¿Cuál es el área de un paralelógramo cuya base es de 35 varas y cuya altura es de 24 varas?

3º La base de un paralelógramo es de 320,5 metros y su altura de 208,7 metros. ¿Cuál es su área?

PROBLEMA TERCERO.

6. *Hallar el área de un triángulo.*



Sea ABC el triángulo cuya base es BC y la altura AD. Si se tira AE paralela á BC, y CE paralela á AB, formaremos el paralelógramo ABCE, doble del triángulo ABC. Pero el área de un paralelógramo se halla multiplicando la base por la altura; luego el área de un triángulo, que es la mitad del paralelógramo de la misma base y altura, se hallará por la siguiente

REGLA.

Multiplíquese la base por la mitad de la altura, ó la mitad de la base por la altura.

Explicar la razon de la regla.—¿Cómo se halla el área de un triángulo?—Explicar la razon de la regla.

EJERCICIOS.

Cualquier lado de un triángulo puede tomarse por base, y la altura es la perpendicular tirada á la base ó á su prolongacion, desde el vértice opuesto.

1º ¿Cuál es el área de un triángulo cuya base es de 54 piés y la altura de 35 piés?

2º ¿Cuál es el área de un triángulo cuya base es de 45 varas y la altura de 37 varas?

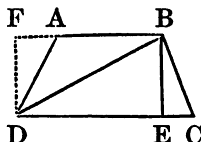
3º ¿Cuál es el área de un triángulo cuya base es de 83 yardas y la altura de 66 yardas?

Observacion. Conocida el área del triángulo, fácil es conocer la de cualquiera superficie limitada por líneas rectas, para lo cual basta dividir esta superficie en triángulos, medir cada uno de éstos separadamente, y sumar las áreas de todos ellos.

PROBLEMA CUARTO.

7. *Hallar el área de un trapecio.*

Trapecio es un cuadrilátero, ABCD, que solamente tiene dos lados opuestos paralelos, tales como AB y DC. La perpendicular BE se llama la altura. Si se tira la línea BD (llamada diagonal), dividirá el trapecio en dos triángulos ABD y BDC. El área del triángulo BDC se halla multiplicando la mitad de la base DC por la altura BE; y el área del triángulo ABD, multiplicando la mitad de la base AB por la altura DF, que es igual á BE; luego para hallar el área de un trapecio, daremos la siguiente



REGLA.

Multiplíquese la mitad de la suma de los lados paralelos por la altura del trapecio.

¿Cómo se halla el área de cualquiera superficie limitada por líneas rectas?—¿Qué es trapecio?—¿Cómo se halla el área de un trapecio?—¿Qué es altura de un trapecio?—Explicar la razon de la regla.

EJERCICIOS.

1º Cuál es el área de un trapecio cuyos lados paralelos son de 134 piés el uno, y de 116 el otro, y cuya perpendicular es de 47 piés?

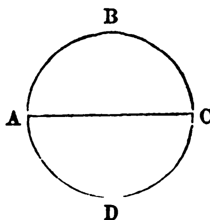
2º Cuál es el área de un trapecio cuyos lados paralelos son de 24 y 38 varas, siendo la perpendicular de 19?

3º Un terreno tiene dos lados paralelos; el mayor mide 135 metros y el menor 107; la distancia perpendicular de un lado á otro es de 57 metros, ¿cuántos metros cuadrados tiene el terreno?

PROBLEMA QUINTO.

8. *Dado el diámetro de un círculo, hallar la circunferencia.*

Círculo es una figura plana limitada por una línea, cuyos puntos todos están á igual distancia de un punto interior llamado *centro,* v. g. el punto E. La línea que limita el círculo, tal como ABCD, se llama *circunferencia.* La línea AC, que pasa por el centro y cuyos extremos terminan en la circunferencia, se llama *diámetro.* La mitad del diámetro ó AE se llama *radio.*



Si el diámetro de un círculo se designa por 1, la circunferencia estará representada por 3,14159. Así, conocido el diámetro de un círculo, se hallará la circunferencia por la siguiente

REGLA.

Multiplíquese el diámetro por 3,14159.

¿Qué es círculo?—¿Qué es circunferencia, diámetro, radio?—¿Cómo se halla la circunferencia de un círculo, dado el diámetro?—¿Cómo se halla el diámetro de un círculo dada la circunferencia?—Conocido el radio, ¿cómo se halla el área de un círculo?

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la circunferencia de un círculo cuyo diámetro es de 86 piés?

2º ¿Cuál es la circunferencia de un círculo cuyo diámetro es de 134 varas?

3º Siendo el diámetro medio de la Tierra de 2864 leguas, ¿cuál es su circunferencia?

PROBLEMA SEXTO.

9. *Dada la circunferencia de un círculo, hallar el diámetro.*

REGLA.

Divídase la circunferencia por 3,14159.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es el diámetro de un círculo cuya circunferencia es de 762 piés?

2º ¿Cuál es el diámetro de un círculo cuya circunferencia es de 1246 piés?

3º Siendo la circunferencia de la Luna de 6786 millas, ¿cuánto tendrá de diámetro?

PROBLEMA SÉPTIMO.

10. *Dado el radio de un círculo, encontrar su área.*

REGLA.

Multiplíquese el cuadrado del radio por 3,14159.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es el área de un círculo cuyo radio es de 36 piés?

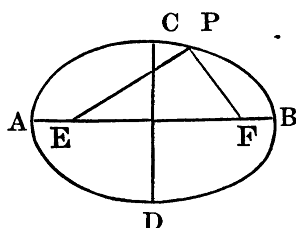
2º ¿Cuál es el área de un círculo cuyo diámetro es de 324 yardas?

3º ¿Cuál es el área de un círculo cuyo diámetro es de 242 metros?

PROBLEMA OCTAVO.

11. *Hallar el área de una elipse.*

Elipse es una curva que puede describirse del modo siguiente: tómese un hilo más largo que la distancia EF y fíjese una de sus extremidades en E y la otra en F. Entónces, tómese un lápiz y deslícese á lo largo del hilo, manteniendo éste siempre tenso. La curva descrita por la punta del lápiz será una elipse. Los dos puntos E y F se llaman *focos*. La línea AB, que pasa por los dos focos, se llama *eje mayor*, y la CD que pasa por el medio del eje mayor y le es perpendicular se llama *eje menor*. El área de un elipse se halla por la siguiente



REGLA.

Multiplíquese el producto de los dos ejes por 0,7854.

EJERCICIOS.

1º ¿ Cuál es el área de una elipse cuyo eje mayor es de 56 piés y el menor de 38 piés ?

2º ¿ Cuántas varas cuadradas contiene una elipse cuyos ejes son de 254 y 214 piés ?

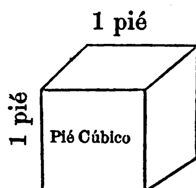
3º ¿ Cuántos centímetros cuadrados contiene una elipse cuyos ejes son de 1,5 y 1,80 metros ?

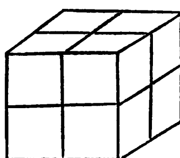
Medicion de sólidos.

12. La unidad de medida usada para los sólidos es el *cubo*. Un cubo es un sólido formado por seis cuadrados iguales. Si las aristas de un cubo son de 1 pié cada una,

¿ Qué es elipse ?—¿ Qué son focos de la elipse ?—¿ Qué es eje mayor ?—¿ Qué es eje menor ?—¿ Cómo se halla el área de una elipse ?

el sólido se llama *pié cúbico.* Si son de dos piés, cada cara del cubo contendrá 4 piés cuadrados y el sólido 8 piés cú-



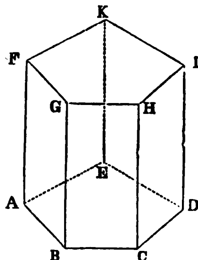


bicos. Si las aristas del cubo tienen tres piés, cada cara contendrá 9 piés cuadrados y el sólido 27 piés cúbicos, y así sucesivamente.

PROBLEMA NOVENO.

13. *Hallar la superficie convexa de un prisma recto.*

Prisma es un sólido cuyas bases, ó extremos, son dos figuras planas, paralelas é iguales entre sí, y cuyas otras caras son paralelógramos. La reunion de los lados que limitan la base ABCDE se llama *perímetro* de la base. FGHIK es el perímetro de la base superior. La reunion de las caras paralelográmicas (no se incluyen las bases) es la *superficie convexa* del prisma.



Prisma recto es el que tiene sus aristas laterales perpendiculares á la base. En este prisma, cada una de sus caras laterales es un rectángulo, cuya área, como ya se ha dicho, es el producto de la base por su altura; por ejemplo, el rectángulo BCHG, que tiene por medida BC × CH; pero la línea BC es uno de los lados de la base del prisma y la suma de todos los lados ó bases de los rectángulos forma el perímetro de la base del prisma; luego,

¿Qué es prisma?—¿Qué es perímetro de la base de un prisma?—¿Qué es superficie convexa de un prisma?—¿Qué es prisma recto?

para encontrar la superficie convexa de un prisma recto, se seguirá la siguiente

REGLA.

Multiplíquese el perímetro de la base por la arista perpendicular ó altura del prisma.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la superficie convexa de un prisma recto cuya altura es de 24 piés y cuya base se compone de seis lados, cada uno de los cuales tiene 3 piés?

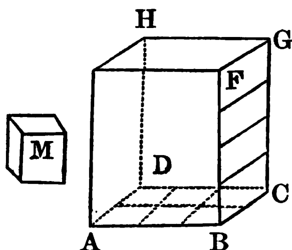
2º ¿Cuál es la superficie convexa de un prisma recto cuya altura es de 45 centímetros, y cuya base consta de 8 lados, cada uno de 4 centímetros?

3º ¿Cuál es la superficie convexa de un prisma recto cuya altura es de 12 piés y su base toda de 10 piés?

NOTA.—Si se desea obtener toda la superficie de un prisma recto, incluyendo sus bases, calcúlense estas bases y agréguense á la superficie convexa.

PROBLEMA DÉCIMO.

14. *Hallar la solidez de un prisma recto.*



La solidez ó capacidad de un prisma recto se encontrará, averiguando cuántas veces está contenido en este prisma, otro prisma tal como M, que sea un pié cúbico, ú otra unidad cúbica; pero es claro que el prisma contendrá al cubo M tantas veces como la base ABCD contenga á la base dicho cubo M, repitiendo lo que resulte, tantas veces como la altura BF contenga á la altura de M.

¿Cómo se encuentra la superficie convexa de un prisma recto?—Explicar la razon de la regla.—¿Cómo se halla la solidez de un prisma recto?

Así, para encontrar la solidez de un prisma recto daremos la siguiente

REGLA.

Multiplíquese el área de la base por la altura del prisma.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es el área de un prisma recto de base cuadrada, cuya altura es de 22 piés y el lado de la base de 15 piés?

Solucion. Siendo la base un cuadrado de 15 piés por lado, su área será $15 \times 15 = 225$ piés cuadrados. Esta área multiplicada por 22, que es la altura, dará la solidez del prisma, esto es, $225 \times 22 = 4950$ piés cúbicos.

2º Cuántos pies cúbicos tiene un trozo de mármol cuya altura es de 4 piés 6 pulgadas y cuya base rectangular mide 2 piés 8 pulgadas por un lado y 2 piés 4 pulgadas por el otro?

Solucion. Redúzcanse los tres factores á pulgadas y entónces se tendrá: $54 \times 32 \times 28 = 48384$ pulgadas cúbicas. Dividiendo esta cantidad por 1728 pulgadas cúbicas, que contiene un pié cúbico, será $48384 : 1728 = 28$ piés cúbicos.

3º ¿Cuál es la solidez de un prisma recto triangular, cuya altura es de 26 piés y el área de la base de 427 piés?

4º ¿Cuántas fanegas de trigo contendrá una caja que tiene 12 piés de largo, 5 de ancho y 4 de espesor?

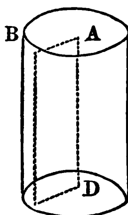
Observacion. Si el prisma no fuese recto sino oblicuo, es decir, si sus aristas no son perpendiculares á la base, se hallará siempre su solidez multiplicando el área de la base por la perpendicular tirada de una base á otra ó á su prolongacion.

Explicar la razon de la regla.—¿Cómo se halla la solidez de un prisma oblicuo?

PROBLEMA UNDÉCIMO.

15. *Hallar la superficie convexa de un cilindro.*

Cilindro es un sólido formado por la revolucion de un rectángulo al rededor de sus lados, que permanece fijo. Así: si ABCD es un rectángulo, que gira al rededor del lado fijo AD, los lados AB y CD describirán las bases del cilindro, y el lado BC describirá la *superficie convexa.* La línea AD se llama *eje* del cilindro.



Si el cilindro se cubre con una hoja delgada, por ejemplo, papel, y ésta se extiende sobre un plano, es evidente que la figura será un rectángulo, cuya altura es igual á la del cilindro y cuya base es igual á la circunferencia del mismo cilindro. Por consiguiente, la superficie convexa de un cilindro se halla por la siguiente

REGLA.

Multiplíquese la altura por la circunferencia de la base.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la superficie convexa de un cilindro cuya altura es de 36 piés y cuya circunferencia es de 7 piés?

2º ¿Cuál es la superficie convexa de un cilindro que tiene 3 piés de diámetro y 45 piés de largo?

3º ¿Cuál es la superficie convexa de un cilindro cuyo diámetro es de 4 piés y cuya longitud es de 54 piés?

PROBLEMA DUODÉCIMO.

16. *Hallar la solidez de un cilindro.*

Se puede considerar un cilindro como un prisma de infi-

¿Qué es cilindro?—¿Cuál es la superficie convexa de un cilindro?—¿Qué es eje de un cilindro?—¿Cómo se encuentra la superficie convexa de un cilindro?—Explicar la razon de la regla.—¿Cómo se halla la solidez de un cilindro?

nito número de lados; por consiguiente, la solidez de un cilindro se hallará por la siguiente

REGLA.

Multiplíquese el área de la base por la altura.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la solidez de un cilindro cuyo diámetro de la base es de 20 pulgadas y su altura de 45 pulgadas?

Resolucion. Encontraremos primero el área de la base, que es un círculo. Para esto multiplicaremos (10) el radio 10 cuadrado por 3,14159, lo que da por base $10^2 \times 3{,}14159 = 314{,}159$ pulgadas cuadradas.

Este número se multiplicará en seguida por la altura 45, y será la solidez $314{,}159 \times 45 = 14137{,}155$ pulgadas cúbicas.

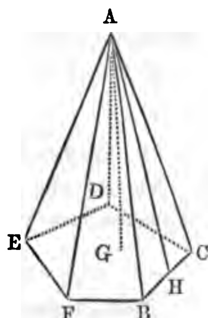
2º ¿Cuál es la solidez de un cilindro cuya altura es de 12 piés y cuyo diámetro de la base es de 3 piés?

3º Hallar la solidez de un cilindro cuya altura es de 18 centímetros y cuyo diámetro de la base es de 4 centímetros.

PROBLEMA DÉCIMOTERCIO.

17. *Hallar la superficie convexa de una pirámide regular.*

Pirámide es un sólido cuya base es un polígono cualquiera y cuyos lados son triángulos, que concurren á un solo punto llamado *vértice.* Así, BCDEF es la base de la pirámide y A el vértice. La altura de una pirámide es la perpendicular tirada del vértice á la base. La línea AH bajada del vértice al medio de uno de los lados de la base es la *altura oblicua* de la pirámide.



Una pirámide es regular cuando su

Explicar la razon de la regla.—¿Qué es una pirámide?—¿Qué es vértice de una pirámide?—¿Cuál es la altura de una pirámide?—¿Qué es altura oblicua de una pirámide?

base es un polígono regular, y la perpendicular tirada del vértice á la base cae en el centro de ésta.

Ahora bien: el área del triángulo ABC (6) es igual al producto de la base BC por la mitad de la altura AH; pero el perímetro de la base se compone de tantos lados iguales á BC como triángulos hay, los cuales tienen todos la misma altura oblicua AH.

Por consiguiente, la superficie convexa de la pirámide será el producto del perímetro de la base por la mitad de la altura oblicua. Así, para hallar la superficie convexa de una pirámide regular, se establece la siguiente

REGLA.

Multiplíquese la mitad de la altura oblicua por el perímetro de la base.

EJERCICIOS.

1º ¿ Cuál es la superficie convexa de una pirámide regular cuya altura oblicua es de 18 piés y el perímetro de su base de 27 piés?

2º ¿ Cuál es la superficie convexa de una pirámide regular cuya altura oblicua es de 12 piés y cuya base es un triángulo equilátero que tiene por lado 7 piés?

3º ¿ Cuál es la superficie convexa de una pirámide regular cuya altura oblicua es de 15 centímetros y cuya base es de 15 centímetros cuadrados?

PROBLEMA DÉCIMOCUARTO.

18. *Hallar la solidez de una pirámide.*

Siendo una pirámide la tercera parte de un prisma de la misma base y altura, se establece la siguiente

REGLA.

Multiplíquese el área de la base por el tercio de la altura.

¿ Qué es pirámide regular?—¿ Cómo se halla la superficie convexa de una pirámide regular?—Explicar la razon de la regla.—¿ Cómo se halla la solidez de una pirámide?—Explicar la razon de la regla.

EJERCICIOS.

1º ¿ Cuál es la solidez de una pirámide cuya altura es de 21 pulgadas y el área de su base de 25 pulgadas cuadradas ?

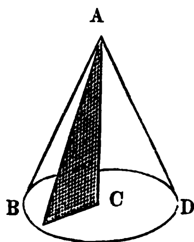
2º ¿ Cuál es la solidez de una pirámide cuya altura es de 27 piés y el área de su base de 69 piés cuadrados ?

3º ¿ Cuál es la solidez de una pirámide que tiene de altura 18 decímetros y cuya base es un cuadrado que tiene por lado 8 decímetros ?

PROBLEMA DÉCIMOQUINTO.

19. *Hallar la superficie convexa de un cono recto.*

Cono es un sólido descrito por la revolucion de un triángulo rectángulo al rededor de uno de los catetos, que permanece fijo. Así, ABC es un triángulo rectángulo en C, que gira al rededor del lado fijo AC ; el lado BC describirá un círculo, que es la base del cono, y el lado ó hipotenusa AB describirá la superficie convexa del cono. La línea AC bajada del vértice al centro del círculo de la base se llama *eje* del cono.



Un cono se considera como una pirámide de infinito número de lados ; por consiguiente, su superficie convexa será igual al producto de la mitad de la altura oblicua AD por el perímetro ó circunferencia de la base. Luego puede darse la siguiente

REGLA.

Multiplíquese la mitad de la altura oblicua por la circunferencia de la base.

¿ Qué es cono ?—¿ Cuál es la base y el vértice del cono ?—¿ Cuál es la superficie convexa de un cono ?—¿ Cómo se halla la superficie convexa de un cono recto ?—Explicar la razon de la regla.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la superficie convexa de un cono recto, cuya altura oblicua mide 27 piés, siendo la circunferencia de su base de 18 piés?

2º ¿Cuál es la superficie convexa de un cono recto, cuya altura oblicua es de 46 piés y el diámetro de su base de 8 piés?

3º ¿Cuál es la superficie convexa de un cono, cuya altura oblicua es de 32 centímetros y el radio de su base de 6 centímetros?

PROBLEMA DÉCIMOSEXTO.

20. *Hallar la solidez de un cono.*

Un cono se considera como una pirámide de infinito número de lados; por consiguiente, daremos la siguiente

REGLA.

Multiplíquese el área de la base por el tercio de la altura.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la solidez de un cono cuya altura es de 75 pulgadas y el diámetro de su base de 40 pulgadas?

Resolucion. Encontraremos primero el área de la base, así: Base $= 20^2 \times 3{,}14159 = 1256{,}636$.

Solidez $= 1256{,}636 \times 25 = 31415{,}9$ pulgadas cúbicas.

2º ¿Cuál es el volúmen de un cono cuya altura es de 21 piés, siendo el diámetro de su base de 18 piés?

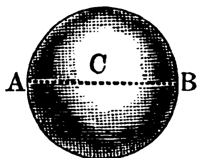
3º ¿Cuál es la solidez de un cono cuya altura es de 30 piés y el diámetro de su base de 24 piés?

PROBLEMA DÉCIMOSÉPTIMO.

21. *Dado el diámetro, hallar la superficie de la esfera.*

¿Cómo se halla la solidez de un cono?—Explicar la razon de la regla.

Esfera es un sólido limitado por una superficie curva, cuyos puntos todos están á igual distancia de un punto interior llamado *centro.* La línea AB que pasa por el centro y cuyos extremos terminan en la superficie se llama *diámetro* de la esfera, y AC es el *radio.* La superficie de una esfera se halla por la siguiente



REGLA.

Multiplíquese el cuadrado del diámetro por 3,14159.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la superficie de una esfera cuyo diámetro es de 24 piés?

2º ¿Cuál es la superficie de una esfera cuyo diámetro es de 24 yardas?

3º ¿Cuál es la superficie de la Tierra, siendo el diámetro de 2864 leguas?

PROBLEMA DÉCIMOCTAVO.

22. *Hallar la solidez de una esfera.*

REGLA.

Multiplíquese el cubo del diámetro por 0,5236.

EJERCICIOS.

1º ¿Cuál es la solidez de una esfera cuyo diámetro es de 8 pulgadas?

2º ¿Cuál es la solidez de una esfera cuyo diámetro es de 11 piés?

3º ¿Cuál es la solidez de la Luna, siendo su diámetro de 2160,05 millas?

4º ¿Cuál es la solidez de la Tierra, siendo su diámetro de 2864 leguas?

¿Qué es esfera?—¿Qué es centro de una esfera?—¿Qué es diámetro y radio de una esfera?—¿Cómo se halla la superficie de una esfera?—¿Cómo se halla la solidez de una esfera?

Medicion de toneles.

23. La *medicion de toneles* es el método de encontrar el número de galones que contiene un tonel, dadas sus dimensiones exteriores.

Se encuentra el diámetro medio de un tonel, añadiendo al diámetro de la cabeza (el de un extremo) dos tercios de la diferencia entre el diámetro de la barriga del tonel y el mismo de la cabeza; pero si las duelas no son muy curvas se añadirán 6 décimos. La suma será el diámetro medio, por el cual el tonel se reduce á un cilindro equivalente. Entónces, para hallar la solidez, se multiplica el cuadrado del diámetro medio (expresado en pulgadas) por el decimal 0,7854, y el producto por la longitud del tonel (tambien expresada en pulgadas). El resultado será el contenido sólido en pulgadas cúbicas. Si este resultado se divide por 231, tendremos el contenido en galones.

Si se divide el decimal 0,7854 por 231, el cuociente es 0,0034. Así, pues, para medir toneles, se establece la siguiente

REGLA.

Multiplíquese el cuadrado del diámetro medio por la longitud (ámbas dimensiones expresadas en pulgadas), *y este producto multiplicado por* 0,0034 *será el contenido del tonel en galones y decimales de galon.*

EJERCICIOS.

1º ¿Cuántos galones contiene un tonel cuya longitud es de 48 pulgadas, el diámetro de la panza de 36 pulgadas y el de la cabeza de 30 pulgadas?

Resolucion. La diferencia de los dos diámetros es de 6 pulgadas, cuyos dos tercios son 4 pulgadas. Éstas, añadi-

¿Qué es medicion de toneles?—¿Cómo se encuentra el diámetro medio de un tonel?—¿Cómo se halla el número de galones que contiene un tonel?

das al diámetro 30 de la cabeza del tonel, hacen 34 pulgadas. Entónces, será : $34^2 \times 48 \times 0{,}0034 = 188{,}66$ galones.

2º ¿Cuántos galones hay en un tonel que tiene de longitud 36 pulgadas, de diámetro mayor 34 pulgadas y de diámetro menor 28 pulgadas?

3º ¿Cuántos galones contiene un tonel cuya longitud es de 39 pulgadas, su diámetro mayor de 35 pulgadas y el de la cabeza de 29 pulgadas?

4º ¿Cuántos galones hay en un tonel, no muy curvo, que tiene de longitud 44 pulgadas y cuyos diámetros son 34 y 30 pulgadas?

Tonelaje de los buques.

Por *tonelaje* de un buque se entiende el número de toneladas de carga que el buque puede llevar con seguridad.

Es el peso que el buque, sin carga, lleva bajo el agua, desde la línea de flote, cuando está convenientemente equipado sobre cubierta, hasta la línea de sumersion cuando ya está cargado. Este peso se puede hallar, determinando el contenido sólido de la parte comprendida entre las dos líneas de agua, cuyo peso considerado como agua de mar, es la verdadera carga. La solidez dividida por 35 (número de piés cúbicos de agua que contiene una tonelada), da el verdadero tonelaje ó peso de carga. Una tonelada es el peso de 20 quintales ó 2000 libras.

Con motivo de la dificultad de determinar la capacidad exacta de un buque, se han establecido en las diferentes naciones varias reglas arbitrarias para computar el tonelaje. La regla establecida en los Estados Unidos de Norte-América por acta del Congreso, en 1799, es la siguiente :

¿Qué es tonelaje de un buque?

"Si el buque es de *doble cubierta*, tómese la longitud sobre la cubierta alta, desde la parte anterior de la roda (en proa) hasta la parte posterior del codaste (en popa); tómese tambien la mayor anchura sobre las cintas principales; la mitad de esta anchura se considerará como la profundidad del buque. De la longitud dedúzcanse $\frac{3}{5}$ de la anchura, multiplíquese el resultado por la misma anchura y por la profundidad; divídase este último producto por 95 y el cuociente será el verdadero tonelaje del buque.

"Si el buque es de una *sola cubierta*, tómense la longitud y anchura como va dicho; de la longitud dedúzcanse $\frac{3}{5}$ de la anchura, y tómese la profundidad desde la cara inferior del tablado de cubierta hasta el techo de la bodega. Multiplíquese y divídase por la anchura y profundidad, como se ha dicho, y el cuociente será el tonelaje buscado."

EJERCICIOS.

1º ¿ Cuál es el tonelaje de un buque cuya longitud es de 220 piés y su anchura de $57\frac{1}{2}$ piés ?

Resolucion.

$$220 - \tfrac{3}{5} \text{ de } 57\tfrac{1}{2} = 185\tfrac{1}{2}.$$

$$\frac{185{,}5 \times 57{,}5 \times 28{,}75}{95} = 3228 \text{ toneladas.}$$

De 220 piés, que es la longitud del buque de proa á popa, quito $\frac{3}{5}$ de la anchura $27\frac{1}{2}$ piés. La resta 185,5 la multiplico por la misma anchura 57,5 y por 28,75, que es la profundidad ó mitad de la anchura. El producto lo parto por 75 y me resultan 3228 toneladas.

2º ¿Cuál es el tonelaje de un buque americano, cuya longitud es de 205 piés y su anchura de $53\frac{1}{2}$ piés ?

3º ¿ Cuál es el tonelaje de un navío inglés cuya longitud es de 194 piés y su anchura de 51,5 piés?

¿Qué regla se sigue para hallar el tonelaje de un buque de una sola cubierta ?—¿ Cómo se halla el de un buque de doble cubierta ?

4º ¿Cuál es el tonelaje de un vapor, cuya longitud es de 282 piés y su anchura de 45 piés?

5º ¿Cuál es el tonelaje de un buque de una sola cubierta, siendo su longitud de 72 piés, su anchura de 28 piés y su profundidad hasta la bodega de 11 piés?

Resolucion.

$$72 - \tfrac{3}{5} \text{ de } 28 = 55{,}2.$$

$$\frac{55{,}2 \times 28 \times 11}{95} = 17896{,}4 \text{ toneladas.}$$

6º ¿Cuál es el tonelaje de un buque cuya longitud es de 325 piés y su anchura de 53 piés?

7º ¿Cuál es el tonelaje de un vapor frances que tiene de largo 360 piés y de ancho 45 piés?

8º ¿Cuál es el tonelaje de un blindado, que tiene de largo 684 piés y de ancho 86 piés?

FIN

ÍNDICE.

ARITMÉTICA ELEMENTAL.

Fracciones decimales.

Medidas, pesos y monedas.

Números denominados.

Elevacion á potencias y extraccion de raíces.

PARTE TERCERA.

Análisis de los números.

APÉNDICE.

Medicion de superficies.

Medicion de sólidos.



